数学と物理学の間

東京理科大学　北原和夫

数学は、抽象化によって現実の問題の本質を明示するという役割がある。ときとして、数学で学ぶ概念と物理学で学ぶ概念との関係が不明のまま学修するのはストレスとなる。逆に、物理学のことが数学の言葉で表されていることを知ると、理解が深まる。

例えば、「質量」という概念がなぜ意味を持つか、を考えてみる。二つの物体が同じ大きさで同じ性質のものであれば、同じ重さであることが理解できよう。ところが、同じ物でなくても、例えば、りんごと石ころでも、同じ重さである、と感じることがある。そのことを学問とするためには、「同じ重さである」という感覚をできるだけ客観的に定義する必要がある。そのために天秤を導入する。左右に A と B を置いてつりあうとき、A~B と書くことにすると、左右を変えてみれば（鏡映すれば）B~A となる。つまり、A~B なら B~A である。ところで、A~B かつ B~C なら、A~C となる、ということは、経験則である。この経験則から、天秤の釣り合いによる同値関係～が定義でき、商集合を定義できる。質量とは、商集合の元を区別する量である。二つの物体の質量が等しいために（天秤で釣り合うために）は、二つの物体が同じ性質をもち同じ大きさで同じ形をしていることが必要ではない、ということを人類が発見したときは、大きな進歩だったのではないだろうか。これを認めると、同じ石ころ B と天秤を持ち運べば、遠く隔たったところにある二つのりんご A と C を、同じ場所にもってくることなく計量できるのである。物理学における経験則を抽象化して同値関係にもっていくと後は数学になって推論を進めて行くことができる。

では、「質量が違う」ということは、どのようにして認識されるか。これは、天秤の釣合が破れることから明らかである。では、単に違う、というだけでなく、どのように違うのか、を定量化することが重要となる。定量的に質量を決めるにはどうすればよいか。その手続きを明示するのが物理学の仕事である。

ベクトルについても、物理学と数学を正しく架橋することが必要に思う。往々にしていい加減な物理教育で、「ベクトルとは向きと大きさをもつ量である。力も向きと大きさをもつ。よって力はベクトルである。」もっともらしいが、意味不明である。数学でベクトル空間を学ぶとき、線形空間、すなわち、二つの量を足しあわせる演算が定義できて、その結果得られた量も同様の性質をもつと

いうのが数学での定義であり、学生は物理学の授業で勉強したことと数学の授業で勉強したこととの狭間で悩む。

まず、一つの物体にかかる二つの力の釣り合いとは何か。同じ大きさで方向が逆の力が作用するときには物体は動かないことを経験的に知っている。次に、３つの力の釣り合いが成り立つ条件は、２つの力を平行四辺形の方法で合成したとき、もう１つの力と向きが逆で同じ大きさとなる、ということが経験的に知られている。一方、２つの力の釣り合いは、向きが逆で大きさが同じときであることも経験的に知っている。したがって、平行四辺形の方法で合成した力も、力としての意味を持つ。このことから、力はベクトル空間をなすのである。大事なことは、ベクトルの合成は、３つの力の釣り合いについての解釈であって、合成による力が存在しているわけではない。また、原子間に働く多体力など、力の合成（定義の仕方によるが）が成り立たない場合もある。

物理学の法則は、微分で書くと単純である。しかし物理学で必要な量は全て積分して出てきた量である。微分という極限量は、観測不可能な量である。高校の物理の教科書が、なかなか微分を使うことに踏み切れないのも、どこかにこのような思いがあるからであろうと推測している。でも微分を使うことは表現を単純にして物理学的描像を明示できることがある。表現の単純さと現実の物理量との間でものごと考えていくことが物理教育としては望ましいのであり、微分方程式による記述を，その意味の理解も含めて中等教育にもっと入れても良いのではないか、と思う。