

ワイルの著書を巡って

蟹江 幸博

1. 最初の著書

マイケル・アティヤがヘルマン・ワイルのことを「20世紀前半の最も偉大な数学者の一人であって、多くの研究分野を開拓したことでは、他の数学者の追随を許さない」と語ったことは有名である。もちろん、論文による数学的業績も優れているのだが、むしろ、その著書によって本当に始まったと言えるような分野が少なくない。オイラー以前の数学者なら、そういうことが普通だったとも言えるのだが、つまり、定期的に発行される学術雑誌が（あまり）なかったからだが、研究発表を学術雑誌で行うようになってからは先取権争いも熾烈になってきて、最近ではネットでの配信を最優先する風潮にすらある。

彼の著書には、出版されてから数年を経ずして日本語に翻訳され、日本の学界のみならず、日本文化にも大きな影響を与えたものも多い。彼ヘルマンは、ドイツ北部のハンブルクに近い小さな町エルムスホルンの生まれなので、「ヴァイル」と呼ぶべきなのだが、和訳された著書などによって、「ワイル」という名前が広く知られているので、本稿でも「ワイル」と呼ぶことにする。

その数学的・物理学的意味について詳しくはこの特集のほかの記事と参考文献の3)や5)に譲ることにして、本稿では、ワイルの著書を追いつつ、ワイル自身の言葉を交えながら、彼の生涯を見ていくことにしよう。

父親のルードヴィヒは銀行の取締役であり、母親も富裕階級の出身であり、ワイルはドイツの文化的雰囲気の中で育った。1885年11月9日に生まれ、1895年から1904年まで、ハンブルクの西にあった港湾都市のアルトナ（現在はハンブルク市に吸収）のギムナジウムに通う。大学進学のための準備教育の色彩が強く、卒業試験によってアビトゥーアと呼ばれる、大学入学資格が得られる。資格を得ればどの大学でも教育を受ける権利が生まれる。また、入学した大学を卒業するのではなく、途中で別の大学に移るとというのがドイツの習慣であった。大学で受験勉強でない勉強をある程度することで、本当に自分に適した大学がわかれば、そこに移るとするのは良い制度に思われる。

それはともかく、ギムナジウム時代に、数学と科学に対する才能を認められていたようだが、文学や哲学にも関心が高かったことが、後の著書の中からもうかがい知ることができる。15歳の頃、自宅の屋根裏部屋でイマヌエル・カントの『純粹理性批判』の解説書を見つけ読みふけたらしい。後に1954年のスイスのローザンヌ大学での講演の中で、「「空間と時間の観念性」に関するカントの教えはすぐさま私を強く捉えました。喜び勇んで私は「独断のまどろみ」から眼ざめました。少年の心は世界が根本的に問い直されていることを知りました」と述べている。

1904年にミュンヘン大学に入学し、数学と物理学のコースを取るが、その後まもなくゲッティンゲ

ン大学に移る。普通は1,2年過ごしてからのことが多いが、ワイルのギムナジウムの校長がダフィット・ヒルベルトの従兄弟であり、その推薦もあって、早くに移ったようである。当時ゲッティンゲンにはフェリックス・クラインやヘルマン・ミンコフスキーもいたし、その影響も受けただろうが、ワイルはあくまでもヒルベルトの弟子だった。

ヒルベルトが亡くなったときの追悼の文にこう書いている。「無邪気なのと物知らずなだけの私は恐れ気もなく、ヒルベルトがその学期に告知した、数の概念と円積問題に関するコースをとったのだった。ほとんどの話は私の頭の上を素通りしていった。しかし、私に新しい世界へ繋がる扉が開かれた。そしてヒルベルトの門下に加わってから、どんなことがあってもこの人の書いたものを読んで勉強するのだという覚悟が若い私の心に形作られるまでにはさほどの時間はかからなかった。最初の学年が終わったとき、私は『数論報告』を腕に抱えて家に戻り、夏の休暇中かけて、初等整数論もガロア理論の予備知識もなしに、読み通したのだった。それは私のもっとも幸せな月だった。誰もが持つ疑いや失敗を背負った年月を経ても、その輝きは今も私の魂を慰めてくれる。」

ヒルベルトの関心の広さを受け継いで、ワイルの業績も幅広い。ヒルベルトの積分方程式論の発展として、フーリエ積分定理に関わる特異積分方程式という学位論文を書き、1908年に博士号を取得している。そしてその年、ヒルベルトの私講師になっている。私講師というのは無給であり、講義をすることができれば、そしてその講義に学生が来れば、彼らから受講料を受け取ることができるといふもので、学生の延長のようなものだった。

1913年に出版された [1]Die Idee der Riemannschen Fläche, Teubner, Leipzig, Berlin (1955年に改訂第3版があり、日本語訳には『リーマン面』(田村二郎訳)岩波書店(1974)がある)は、その序文にあるように、1911年から12年にかけての冬学期の講義を再現したものである。

1946年のプリンストン大学200周年記念講演の中で、ワイルは「ブラウエルとケーベこそが私の

著書『リーマン面』のゴッドファーザーです。今思うと、二人にはちょっと変わったところがありました。ケーベは野性的、ブラウエルは神秘的です。ケーベは当時、リーマン面の概念を独特な手ぶりで定義するのが常で、リーマン面について講義したとき、私はもっと厳密に定義する必要があると感じました。それで私はコホモロジーの着想を使って種数の不変性を確立しました」と語っている。

一言で言えば、1次元複素多様体であるリーマン面は、カール・ワイエルシュトラスの扱った解析関数を一つのものとして考察できる場として、多重に折り重なった面としてリーマンが構想した幾何学的実体を、厳密に基礎付けるものであった。イメージとしての被覆面を厳密に定義するにも、連続曲線すらも単なるイメージ以上のものとして定義しなければいけなかった。それらにライツェン・ブラウエルのトポロジー研究が重要な役割を果たし、また、ポール・ケーベとの多くの会話が支えになっているとも述べている。さらに、忙しく病がちなクラインと、内容について詳細な検討を行ったとも述べている。

序文の初めには、「ここに成し遂げられるまで残されていたこの学問上の仕事が、業績として高く評価されることは恐らくないだろう」と述べ、学問上の業績とは何かを問いかけている。

大学入学前にはカントに親しみ「空間と時間の観念性」に捉えられたと述べているが、それはニュートンの絶対時空であり、幾何的にはユークリッド幾何にすぎない。1899年に『幾何学基礎論』を発表したヒルベルトのもとで学び、空間の深く多様なあり方を考えたことの最初の発現が多様体としてのリーマン面だったということもできるかもしれない。

ともあれ、この出版を契機として、この年、無給状態を脱し、スイス連邦工科大学チューリヒ校に、幾何学講座の教授として赴任することになる。

2. チューリヒにて

同校は ETH Zürich と略称され、日本語ではチューリヒ工科大学とも言われる。1855年に創設された工科大学で、多数のノーベル賞受賞者を輩出している。1921年にノーベル賞を受賞するアルベルト・アインシュタインは、1900年に同校を卒業したが、いろいろと曲折があって、ワイルが赴任する前年の1912年に同校の教授となっていた。しかし、ベルリンに移住したりもして、ワイルが赴任したそのときにチューリヒにいたかどうかはわからない。

赴任間もない1914年に第1次世界大戦が勃発する。従軍したワイルがどんな軍務で働いたかは知らないが、兵役による中断が、数学の思想的深化をもたらすことは多くの先例がある。

そのときの考察をまとめたものが [2] “Das Kontinuum : Kritische Untersuchungen über die Grundlagen der Analysis”, Verlag von Veit, 1918 (『連続体 解析学の基礎についての批判的研究』(田中尚夫, 瀧野昌訳) 日本評論社 (2016) である。

ラッセルの逆理など集合論の危機があり、本書は数学の基礎を確かめるために書かれた。バートランド・ラッセルの型理論を用いて非可述的な論理を構築したと言われるが、自己引用を含む最も基本的なワイエルシュトラスの定理をともかくも納得できる位置に置くことが目標と言ってもよい。第1章の「集合と関数」は論理編と数学編に分かれ、第2章の「数の概念と連続体(無限小計算の基礎)」で微積分が展開できる基礎付けを行っている。ツェルメロの集合論から始め、分出公理の中の「確定的クラス命題」を「算術的命題」に制限して解析学を展開している。

しかし、序文で彼自身が「解析学の建家がその上に築造されている「安全な岩盤」を形式化の意味での木組みの物見櫓で囲って」、「これが本当の礎石」となることを「信じ込ませようとするのが本書の目的ではない」と言っているのは、「むしろ、その建家がほとんど砂上の楼閣となっている」

と感じているからでもある。

しかし、その立場を徹底しては取り得ない。そのために揺れる。刊行の2年後の1920年には「今後私は私自身の試みを捨てて、ブラウエルのプログラムに従うことにする」と述べ、立場をブラウエルの唱える数学的直観主義に移した。ヒルベルトは、これを悲しんだという。また、ブラウエルは1920年にワイルをアムステルダムに招くのだが、ワイルは断っている。[2]の中で、数学的にだけでなく、哲学者のゴットロープ・フレーゲの『算術の基礎原理』(1893)や、エトムント・フッサールの『論理的研究』(1913)を挙げて哲学的な考察もしている。実は、既にゲッティンゲンの学生時代に、フッサールの現象学にとっても関心を持っていたことが知られている。私講師時代の1913年に結婚しているが、妻となったヘレーネ・ヨセフはゲッティンゲンの出身の哲学者で、フッサールの弟子であった。ワイル自身も、1916年にフッサールがゲッティンゲンを去る際に、後任の哲学教授の候補の一人とされるほどであった。

1922年には、クラインの後任として母校ゲッティンゲンに招かれたが、ドイツの国内事情を考えてか、ブラウエルとヒルベルトの対立から距離を置きたいと思ったのか、辞退している。

1927年の著書 [6] の中で、「ブラウエル流の数学は非常に直観的でわかりやすいことが長所である。」「しかし、より高いより一般的な理論へ進む場合、古典的論理学の簡単な原則を適用できないことが、結局、耐え難い重苦しさになってしまう」と述べている。その頃からワイルは、数学的直観主義はフッサールの現象学的哲学に対する自身の情熱とは相容れないと考えるようになった。晩年、彼は数学を「記号的構造物」と考える立場を取るようになり、ヒルベルトやエルンスト・カッシーラーの思想に近づいていく。

軍務から解放された1916年に戻ろう。チューリヒに帰ってみれば、一般相対論を発表したばかりで、さらに基礎固めをして理論を進めようとしていたアインシュタインが、幾何学の専門家を求

めていた。前出のプリンストン大学記念講演では、「アインシュタインの「一般相対性理論の基礎」は1916年に発表されましたが、本当に画期的な出来事でした。その反響は数学の枠をはるかに超えて広がり、科学者としての私の人生にとっても転機となりました。1916年に私はドイツ陸軍から解放されてスイスの職に戻りましたが、私の数学的精神は他の復員兵に劣らず荒涼としていて、何をしたらいいかわかりませんでした。[さしあたり]代数曲面の勉強を始めましたが、研究が進展する前にアインシュタインの論文が発表されると私はすっかり夢中になってしまいました。」「一般相対論が無限小幾何の発展に与えた影響」や「ゲージ不変性の原理に基づいて重力と電磁気の統一理論を築くという私の着想」などと回想している。

1919年に一般相対論で予想された太陽近くでの光の曲がり、皆既日食の際に確認されたことにより、受け入れられるようになったが、一般相対論は物質と空間に対する考え方を根本的に変えるものであった。

空間の中に質量のある物質があって引き合うという重力理論を、質量が空間を曲げることに変える。だから、質量のない光子も大質量のまわりでは曲がって進む、というわけである。

質量が空間を曲げることから一歩進むと、空間の曲がりのことが質量であるということにもなる。光が最短経路を進むということであるなら、空間の曲がりとは、空間の距離が場所によって変わることになる。それは、空間が各点に計量を備えたリーマン多様体ということになる。アインシュタインはそれまでの微分幾何を学んで適用するしかなかったが、ワイルは進んで、計量テンソルを考え、計算はテンソル解析に訴えることになる。

ワイルは、1917年の夏学期にETHで一般相対論の講義をして、1918年の春には、[3]『空間・時間・物質』(Raum, Zeit, Materie)を発表した。(日本語へ翻訳のは1973年に、奇しくもほとんど同時に講談社からは内山龍雄訳が、東海大学出版会からは菅原正夫訳が出ている。内山訳のものは2007年に上下巻でちくま学芸文庫から復刊された。)

アインシュタインは同書を「交響曲の傑作」のようだと称賛している。

1921年にエルヴィン・シュレーディンガーが、チューリヒ大学にラウエの後任の数理物理学教授として着任した。チューリヒ大学とETHは隣接していて、スタッフ間も日常的な交流があった。ワイル夫妻とシュレーディンガー夫妻はいろいろな意味で密接な交流をしたようである。またノーベル賞受賞者のピーター・デバイもいて、チューリヒは量子力学も盛んで、それに反対するアインシュタインもいて、ワイルは双方と交流を持っていた。

次の3作は、空間と物質について、その物理と数学と哲学を深く考察したものである。

[4] “Mathematische Analyse des raumsproblems” (『空間問題の数学解析』), 1923

[5] “Was ist Materie?” (『物質とは何か?』), 1924

[6] “Philosophie der Mathematik und Naturwissenschaft”, 1927. (『数学と自然科学の哲学』(菅原正夫, 下村寅太郎, 森繁雄訳)岩波書店(1959). 著者自身が監修した英訳本(1949)があり、日本語訳はそれを底本にしたもの。)

やがて、チューリヒの理想郷状態が崩れる時が来る。その副産物が次の著書である。

[7] “Gruppentheorie und Quantenmechanik” (『群論と量子力学』), H.Hirzel, Leipzig, 1928. 原著第2版(1931). (山内恭彦による日本語訳が裳華房(1932)から、ワイル自身の英訳が1950年に出版されている。)

[7]の序文で、「1927/28の冬学期にデバイとシュレーディンガーが同時に突然の招聘により他へ去ったので、チューリヒは理論物理の講義の全部を失うことになった。ここに於いて余は既に予告してあった群論の講義を群論及び量子力学の講義に改め、進んでこの欠陥を填補せんことを試みた」と語っている。その直前に、「外的動機において前回Raum, Zeit, Materieの書を著すに至ったのと大差がない」と言っているので、[3]の元となった講義もアインシュタインがすべき講義を代わりに

行ったということなのかもしれない。

やっつけ仕事に見える切っ掛けがどうであれ、著書 [7] が与えた影響は [3] が与えたものよりも大きかった。[3] の後、ゲージ不変性を旗印に重力と電磁気との統一理論を作ろうとして、(時期尚早というべきか) 失敗しているのだが、後に量子力学が生まれて、特に量子電磁力学が生まれる際には大きな役割を果たしている。さらに、2成分ニュートリノ理論などが、ワイルの死後のことだが、ヤン-ミルズ場の理論にも影響を与えている。

[7] の第1章は「ユニタリ幾何」、第2章は「量子理論」、第3章は「群とその表現」、第4章は「群論の量子力学への応用」、第5章は「対称置換群と対称変換の代数」となっている。扱われている群は、一般線形群、回転群、ローレンツ群、対称置換群である。ワイルによれば、1章と3章の数学は物理向けで、2章と4章の物理は数学向けで、5章がその融合を意図したものである。

[7] の理論物理界への影響はすさまじく、Gruppenpest (群のペスト) と呼ばれるほどのものだった。多くの物理学者が感想を述べているが、たとえばジュリアン・シュウィンガーは「繰り返し何度も読み、「読むたびに少しずつ理解は深まっていったものの、今でも完全には理解していない」と述べている。また、ポール・ディラックの空孔が陽子ではなく、同じ質量の反粒子であるべきという主張が、後にディラックの陽電子発見 (1933) に繋がった。

1928-29年度のETHの休暇年度をアメリカのプリンストン大学で過ごす。アメリカでは一般的な内容の連続講演も行っていて、後に [9] のように出版されたものもある。

帰国後、間もなくチューリヒを去ることになる。アインシュタインはそのとき「ワイルがチューリヒを去ることはとても残念だ。彼ほどの大学者はいないのに」と惜しんでいる。

3. ゲッティンゲンに戻って

1930年にヒルベルトの後任としてゲッティンゲンに招かれ、「貴方の後継者と呼ばれてどのような歓喜と誇りとに満たされたか申し上げるまでもありません」と受諾した。ドイツはナチが政権に近づきつつあり、妻のヘレーネがユダヤ人であることもあり、チューリヒに留まりたかったが、やむを得なかったのだろう。数学の生産性は落ち、ゲッティンゲン時代の著書は次の2冊のみである。

[8] Die Stufen des Unendlichen (『無限の段階』), G.Fischer, Jena, 1931.

[9] The Open World (『開いた世界』), Yale University Press, 1932. (後に、講演集³⁾の中に収録され、日本語にも翻訳されている。)

1933年ナチスはユダヤ人追放を行い、そのためリヒャルト・クーラントはアメリカに去り、その後を引き継いで、数学研究所の所長をしている。が、いよいよ情勢が緊迫してきたので、ワイルは新設されたプリンストンの高等研究所に職を得る可能性について問い合わせた。直ちにプリンストンから要請を受けたのだが、受諾と辞退の2つの電報を用意して、しばらく考えていったんは辞退している。しかし、さらに情勢が厳しくなり、1933年の終わりに、要請はまだ有効かと問い合わせ、今度は行くことを決心した。アメリカに着いたワイルは物心ともに疲れていたという。

チューリヒを去るとき見送っていたアインシュタインは一足先にプリンストンに来ていた。自身がユダヤ人の彼のほうが危険度が高かったからだろう。

4. アメリカへ、プリンストンへ

アメリカについて間もない1933年の末に、ペンシルヴァニアのスワースモア大学で行われた連続講演に基づいて、[10]が出版されている。ここでは、「数学と物理学における認識の特徴」について述べ、「私たちが世界を科学的に認識する構造は、世界がそれ自体で客観的に存在しているのではな

いという事実によって紛れもなく規定されている。私たちは様々な主体-対象連関における一つの対象としての世界に出会うにすぎない」ということをテーマとしている。

[10] “Mind and Nature”(『精神と自然』), University of Pennsylvania Press, 1934 (後に, 講演集³⁾の中に収録され, 日本語にも翻訳されている.)

プリンストンには様々なトップクラスの専門家が揃っており, もはや, 誰かの代役をしなければならぬということがなくなり, 以降は, 専門家としての関心の赴くままに数学をするというようになる。プリンストンでの様子的一端が, 文献の1)で描写されている。

[11] “Elementary Theory of Invariants”(『不変式の初等理論』), 1935.

[12] “The structure and representation of continuous groups”(『連続群の構造と表現』), Lectures at Princeton university during 1933-34, 1935

[13] “The Classical Groups: Their Invariants and Representations”, Princeton University Press(1939 (初版), 1946 (第2版), 1953 (増補第2版)). (日本語訳は『古典群: 不変式と表現』(蟹江幸博訳) シュプリンガー・ジャパン (2004), 丸善出版 (2012)).

[14] “Algebraic Theory of Numbers”(『代数的整数論』), Princeton University Press, 1940.

[15] “Meromorphic Functions and Analytic Curves”(『有理型関数と解析曲線』), Princeton University Press, 1940.

5. 退職後, プリンストンとチューリヒで

1948年に妻ヘレーネが亡くなり, 1950年にチューリヒ生まれのエレンと再婚し, 1951年に退職した後は, プリンストンとチューリヒの2カ所を行ったり来たりしながら過ごすことになる。

名著で知られる [16] は退職直前にプリンストンで行った講演に基づいているが, ワイルは「白鳥の歌をうたう機会」を与えてくれたと, 大学に感

謝の意を表している。

[16] “Symmetry”, Princeton University Press, New Jersey, 1952. 日本語訳は『シンメトリー: 美と生命の文法』(遠山啓訳), 紀伊國屋書店 (1957).

1955年11月70歳の誕生日の祝いがチューリヒで行われ, その席で彼の選集の第1巻が贈呈されたのが, 最後の公的行事であった。それを祝う手紙への返事を書いて出すという最中に心臓発作を起こして亡くなった。

参考文献

- 1) ジョン・L・カスティ『プリンストン高等研究所物語』寺島英志訳, 青土社 (2004).
- 2) I. ジェイムズ『数学者列伝 III』蟹江幸博訳, シュプリンガー・ジャパン (2011), 丸善出版 (2012).
- 3) 「ワイルを読む」数学セミナー 2013年8月号.
- 4) ピーター・ベジック編『精神と自然』岡村浩訳, ちくま学芸文庫 (2014.10.10).
- 5) R.O. Wells, Jr. 編『ヘルマン・ワイルの数学的遺産 (The mathematical heritage of Hermann Weyl)』, Proceedings of symposia in pure mathematics, vol. 48, American Mathematical Society, Providence(1988)

(かにえ・ゆきひろ, 三重大学名誉教授)