

直線や平面の中にも別の世界が

蟹江 幸博 (三重大学)

1. 2つのカルチャー・ショック

読んでいる君達にとって今は8月でしょうが、書いている僕には今は4月なのです。大学に入学した桜の季節に当時の僕が経験した2つのカルチャー・ショックについてお話することにしましょう。それは共に数学の講義で起こったのです。大学での最初の講義は偶々線形代数の講義でした。木造平屋の古ぼけた教室でした。僕は一番前の席に座って、大学の講義と言うものがどんなものだろうかという期待で、多分目を輝かして授業の始まるのを待っていました。多かれ少なかれ僕の同級生はそんな気持ちだったと思います。そんな僕達の気持ちを感じて居られたかどうか分かりませんが、Q先生は無造作に教室に入って来られました。しばらく何を言おうかと考えて居られるようでしたが、そのうち何を思われたか、黒板に「ベクトル」とだけ書かれ、「君達、ベクトルって知っていますか？」と尋ねられました。誰も返事をしない。一番前の席で坊主頭を振り立てていた僕を指さして、「君、どう思いますか？」高校時代は優等生だった僕は、自分に可能な答えが決してQ先生を満足させないであろうことが分かっている、こう答えざるを得ませんでした。「ベクトルって、大きさと長さを持っている…何かです。」この…に、青春の恥らいというものが感じられませんか？しかしQ先生は、恐らくは予期されていたであろうこの答を、さも見たくないものでも見たように、「それはそうなんです…」それから、仕様がないうちでもいう風に、「ベクトルと言うのは、多次元の量のことです。」と言われた。一瞬静けさが教室に広がり、学生達は半ば呆然としてしまっていた。Q先生はそれを尻目に、ベクトル空間の公理を黒板に書いていかれた。チョークの音だけが響き、教科書の無い授業が始まった。

2つ目は言わずと知れた ϵ - δ 論法で、実数論から延々と聞かされたものです。それが却って、高校数学の反動として心地よく感じられたものです。僕が入学した頃先生の方針として、大学に入った途端のカルチャー・ショックは強いほど良いということのようでした。僕らはそれに乗せられた素直な学生だったのです。しかし、それが高じてゲームかパズルのように ϵ - δ 論法を楽しんでいた僕達に、M先生が揺り戻しを掛けられました。「 ϵ - δ 言うんは近似論なんやで、測定論でもあるし、何より誤差論なんや。」忘れ難い声の響きのM先生もやはり教科書の無い授業でした。

カルチャー・ショックが幾分納まった一年生の夏頃に何人かの同級生とある解析の本の勉強を始めました。その本の前半が良い位相空間論になっていたのが僕らの原数学体験になったようで、僕は堅い幾何より柔らかい幾何の方が今でも好きです。平面や直線の中に限って、位相の問題を例や反例を交えながら述べてみましょう。大学における数学の抽象性の外見を少し、それを自分自身の感覚に馴染ませる試みを少し。

2. 反例を述べるためには偏見も必要

【この節は典型的で無味乾燥な位相空間論で、大学での数学の取付き難さの見本です。辞書的一种と思って、腹を立てないように。(紙数の都合で集合論は省略、知らない人も感じて分かる筈(??))

以下の『 』の中で当時の何人かの友人が出演してくれます。何人出て来るでしょうか。』

集合 X に位相 τ を与えるとは次の性質を持つ X の部分集合族 \mathcal{O} を与えることである。

- (O1) $X \in \mathcal{O}$, \emptyset (空集合) $\in \mathcal{O}$.
- (O2) $U_i \in \mathcal{O} (i \in T)$ ならば, $\cup U_i \in \mathcal{O}$.