第０班の成果 — 教育数学の構築

三重大学教育学部　蟹江幸博 (Yukihiro Kanie)
鳥羽商船高等専門学校　佐波 学 (Manabu Sanami)

§1. 第０班の課題と取組み

一連の共同研究を開始するにあたって，第０班に与えられた最初の課題は,「数学研究者の“ 数学の教育 ”への関与における“ 原理的 ”な位置づけを明らかにすること」であった．

我々は,「数学の教育に関与した数学研究者」の先行事例から始めることとし，フェリックス・クライン，ハンス・フロイデンタール，ハイマン・バス等々の数学者の教育関係の仕事についての検討を進めたが，そのうち，彼らが,“ 数学 ”を，数学研究者が生息する場としてではなく,“ ある種の距離 ”をおいて眺めているのではないかと感じるようになった．こうした“ 数学の眺め方 ”を，我々は,「教育の観点から数学を見る」と表現することとし，この見方を敷衍することが，第０班の課題の解決の過程の第一であろうと考えるに至った．

今回の研究集会では，第０班の活動成果として,“ 数学 ”を内側から見ること（§2），外側から見ること（§3），そして，数学を教育的観点から眺めることから導かれる“ 教育数学 ”という新たな営み（§4）について，簡単な報告を行なった．

§2. 内側から数学を見る

本節では，二人の数学研究者の実践事例から，教育の対象としての“ 数学 ”についての見解を探ってみた．

(1) ハンス・フロイデンタール

フロイデンタールは，1980 年の ICMI 講演『数学教育の主要問題』において，数学教育で「教材（例えば，２次方程式の解の公式を教えるべきかといった事柄を含む）や教授法は主要な問題ではない」とし,「教える価値のあるものが何であるかが問題」であると述べている．

この問題にフロイデンタール自身が与えた解答は,「人間を取り巻く現実 (reality) を組織化したり構造化する営みの一種である“ 数学化 (mathematising) ”が教えるべき“ 数学 ”であり，数学化のプロセスを各個人が追体験することによって身につけることが“ 数学教育 ”である」というものであった．

ここには,“ 世界を認知する手段 (instrument) のひとつとしての数学 ”という見解が提出されていることがわかる.

(2) ハイマン・バス

バスは，初等学校における数学の授業の徹底的な解析を行なった教育学者デボラ・ボールとの協同作業を通じて，数学のリーゾニング（mathematical reasoning）の重要性を“ 発見 ”した.

バスによれば,「現役の数学者の視点から観るとき，リーゾニングは，数学的な合意を形成し，新しい数学的知識を構成するための，主要な手段のひとつ」であり，このリーゾニングは,「しかるべき情況や共同体の内部において許容され得る数学的リーゾニングの“ 粒度（granularity）”を定める公有の知識の集積体」と「言葉（記号，術語その他の表現，種々の定義）と，諸々の主張を定式化しその正当化を慣習化するような関係性のネットワークにおける使用法の有意味性を定めるための，論理法則および統語法」という二つの基盤の上に載っているとされる.

ここに見られる見解は,“ 数学と共同体 ”や“ 数学と言語 ”の関係性に対する認識の深化と呼んでも良いだろう.

§3. 外側から数学を見る

(1) 先 行 事 例

フェリックス・クライン（1849-1925），ジョン・ペリー（1850-1920），藤澤利喜太郎（1861-1931）の教育関係の仕事について取り上げ，それぞれが，ドイツの高等・中等教育機関における“ 数学 ”，イギリスの技術者教育における“ 数学 ”，日本の中等教育機関における“ 算術 ”といった,“ 時空の限定された領域 ”において，それを取り巻く様々な社会的状況との相互作用の中でなされたことについて述べた.

(2)“ 数学 ”の多様性

（1）の事例検討で用いた“ 外側からの数学の見方 ”を敷衍して,“ 多様な数学 ”のあり方について，古代メソポタミア，古代中国，古代地中海世界（ギリシアからヘレニズム世界），素朴社会（台湾アミ族），インカ帝国，古代インド等々について調査検討を行なっていることを述べた.

(3) 数学教育の特異点

（1）や（2）の作業を行なっていると，しばしば,“ 数学の教育 ”が“ 相を転じる ”場面に遭遇する．そうした場面を，仮に,“ 数学教育の特異点 ”と呼ぶこととし，代表的な例（組織や集団や象徴的な人物）として，古バビロニアの粘土板の家（EDUBBA），古代ギリシアのソフィスト集団，ヘレニズム期のムセイオン，近世西欧のアバクス学校（scuole d'abaco），ペトルス・ラムスと出版，クラヴィウスとイエズス会のコレージュ，ガスパール・モンジェとエコール・ポリテクニク，カール・グスタフ・ヤコビのゼミナール等を挙げた.

(4) 類型から理念型へ

上述の実例に見られる様々な“ 共同体・数学・教育の相互依存性 ”から，一般的な“ 法則 ”を抽出し，現在の我々の現実的な活動に役立たせるためには，第一に具体例を“ 類型化 ”することが重要であること，しかし，単なる類型では“ 現実 ”のもつ高度な複合性を十分に捉えることが困難であり,“ マックス・ヴェーバー的な理念型（Ideal Typus）”への移行が必要となることについて説明した.

§4. 教育数学の構築

(1)“ 教育数学 ”の必要性

以上に述べたように,“ 数学 ”を教育という観点から眺めると，数学研究者や数学史家の見る“ 数学の景色 ”とは異なる風景が見えてくることがわかる．したがって,「数学を教育的な観点から眺めることにより，数学と教育に関する様々な知見を得ること，および，そうした知見を数学や教育の実践に役立てることを目的とする営み」というものが必要となるだろう.

我々は，そうした営みを,“ 教育数学 ”と総称することを提案している.

(2) 参照枠としてのソシュール

それでは，この「教育数学」を構築するには，どのようにすれば良いのだろうか．我々は，現代的な言語学の創始者であるフェルデナン・ソシュールの仕事を,教育数学構築のための参照枠とすることを考えている.

ここでは，ソシュールの仕事の要点として，　コミュニケーションの観点から言語を見ることで,「ランガージュ ＝ ラング ＋ パロール」という枠組みを取り出し，　“ ラング ”を研究する学問として「言語学」を規定し，　言語学を，ラングの直接的研究である「内的言語学」と，歴史・地理・文化・制度等々との関係の下でのラングの間接的研究である「外的言語学」に区分し，さらに，　ラングの“ 一般化 ”としての記号系の研究を志向する「記号学」を創始した，等について述べた.

(3) 教育数学と言語学

現在，ソシュールの構想した言語学の類似として“ 教育数学 ”を構築することを試みているが，　教育という観点から数学を見るときの“ ラング ”に相当するものの決定，　それを用いた「教育数学」の規定，　「内的教育数学」と「外的教育数学」の区分，　「教育数学」と「言語学」を統一的に包含する「一般化された記号学」の構想，等々の課題が存在することを指摘した.

(4) 教師教育と教育数学

最後に，この“ 教育数学 ”と，本共同研究の主題である“ 教師教育 ”との関係について，数学教師の教育課程において「教育数学」が占める位置が，言語教師の教育課程における「言語学」と同等であることが期待される旨の説明を行なった.