数学教師に必要な数学能力とは何か

— 戦前における数学教師養成の一断面 —

三重大学教育学部　蟹江幸博 (Yukihiro Kanie)
Faculty of Education, Mie University

鳥羽商船高等専門学校　佐波 学 (Manabu Sanami)
Toba National College of Maritime Technology

はじめに

今年度の RIMS 共同研究『数学教師に必要な数学能力に関する研究』と昨年度の『数学教師に必要な数学能力形成に関する研究』[4] の共通の主題は,「数学教師に必要な数学能力」である.

本稿は，この「数学教師に必要な数学能力」は何かという問題について，戦前期の文献調査を通して，検討を試みたものである.

ここでの「戦前」の戦争は第 2 次世界大戦のことである．この戦争の前後で日本の政治・社会，とりわけ教育制度と教育に対する考え方が劇的に変わったことからも,「戦前」は本稿にとってのキーワードである.

本稿の目的

本講究録の序文 [5] で述べたように，共同研究の第 0 班は「教育数学」の構築に向けて活動することとなった.「教育数学」は「数学教育」と違うものであるとはいっても，過去にこの言葉を使った展開がなされていると誤解を生むかもしれない．念のために，調べてみることにした.

すると，戦後にはこれといったものは見かけないが，戦前の出版物として，昭和十年代に共立社から刊行された『新輯教育数学講座[1]』があったのである[2].

当時の状況を勘案して，我々が目指しているものとは違うようには思ったが，念のために，参照しようとしたところ，現物が見当たらなかった．そのとき，たまたまインターネットで売りに出されていることを知り，入手することにした.

あくまで参考のためと考えていたが,「教育数学」の構築という我々の目的とは方向性は違うものの,「数学教師に必要な数学能力」に関し，戦後の激変を経ても変わらない，現在的な課題が読み取れた.

この『新輯教育数学講座』の主たる読者層として想定されたのは，戦前期の中等教員免許の検定試験（通称「文検」）の受験志望者であった．戦前における“ 数学教師の育成 ”に関する一局面を照らし出す文献だったのである．したがって,『講座』の概要を知ることは，まさに過去に照らして今を鑑みるという意味で，現在の“ 数学教師の育成 ”に関する考察を深める一助となってくれるのではないかと思い，ここで紹介したいと考えた.

さらに，この企画に内在する構想を敷衍することで,「数学教師に必要な数学能力」とは何かという問題に与えられる，ひとつの解答を考察してみることにする.

鍵としての「教育数学」

共同研究のテーマである「数学教師に必要な能力」とは何かという問題と『新輯教育数学講座』をつなぐのが，講座の表題になっている「教育数学」である.

『新輯教育数学講座』を構成するテキスト群を調べると，この「教育数学」というものが，東京高等師範学校教授（刊行当時）であった鍋島信太郎氏の主唱するものであり,『講座』の企画自体が鍋島氏の構想に基づくものである可能性が高いことが推量された．そこで，本稿では，鍋島氏の提唱する「教育数学」について，その概略を調べてみた.

その上で,「数学教師に必要な数学能力とは何か」という問題へのアプローチの方法として,「教育数学」の観点から『新輯教育数学講座』の主

[1]以下,『講座』と略すことがある.

[2]もちろん，筆者たちの「教育数学」は，この『講座』のそれとは，発想も内容も異なるものである.

題群の再配置を行った．そして，この作業を通じて,『講座』が養成目標としていたと思われる「数学教師に必要な数学能力」の解明を試みた．

そして，最後に，その結果を敷衍することで,「数学教師に必要な数学能力」とは何かという問題に，より一般的なアプローチを試みることとした．

数学教師に必要な数学能力

「数学教師[3]に必要な数学能力」という問題に対し，この『講座』での知見を踏まえ，一言で言い切るとするなら，次のようになるのではないだろうか．

> **数学教師に必要な数学能力とは，数学を教育的観点から捉えることのできる能力である．**

ここで“ 教育的観点 ”と言っているものには，**数学の学問的標準**の観点，**一般領域における使用**の観点，**教材化**の観点，**外在的に数学を規定する原理**の観点，という四種の側面がある（4.2 節）．

本稿の構成

本稿の構成は，次の通りである．

第 1 章では，本稿における議論の主たる材料である『新輯教育数学講座』と「教育数学」の概要について述べる．第 2 章は,『新輯教育数学講座』の想定する読者層について，戦前期の中等教員養成のある側面の紹介を通じて考察を行う．第 3 章は，次章の準備として,『新輯教育数学講座』の扱う主題群を“ 教育数学 ”的観点から類別する．第 4 章では,『新輯教育数学講座』の教育数学的構造を明らかにし（4.1 節），その結果を敷衍することで,「数学教師に必要な数学能力とは何か」という問いにひとつの解答を与える（4.2 節）．

最後は,「数学教師の数学能力の開発育成」という実践的な課題を視野にいれながら，フェリックス・クラインの提言を紹介することで，結びにかえる．

[3]本稿で対象とする「教師」とは，制度的教育としての“ 学校 ”において，与件としての教授内容を学習者に修得させせる実務家を指す．教授内容の決定に関与するような役割は想定していない．

また，付録 A は『新輯教育数学講座』の概要（内容一覧），付録 B は鍋島信太郎氏の提唱した「教育数学」の概要について，それぞれまとめたものである．資料的価値を考えて，その内容を付録とした．

なお，戦前の資料の引用に際しては，旧字体の漢字と歴史的仮名遣いを現在の方式に直した．

1 『新輯教育数学講座』と教育数学

1.1 『新輯教育数学講座』について

本稿で考察の対象とする『新輯教育数学講座』は，数種類ずつ箱入にした小冊子形式のテキスト（分冊）を“ 配本 ”する形態の出版物である．奥付によれば，発行所は合資会社共立社[4]，編輯兼発行者は，創業者の南條初五郎となっている．

第一回配本は昭和十三年四月で，最初の頃は月に一度の割合で配本されていたが，徐々に間隔があくようになり， 昭和十五年三月の第七回配本の後，しばらく中断する．そして，第八回の配本が，昭和十八年十二月に行われた．この第八回までに配本された分冊は，全部で五十冊，約ニ千ページに及んでいる．

執筆者は，文理科大学や高等師範学校の教授クラスを中心に，帝国大学から在野にわたる当時の数学教育界の著名人もふくみ，斯界の総出演の趣のある出版物である．

それぞれの巻の構成と各分冊の内容については，付録 A に概要をまとめてあるので，参照願いたい．

なお，本稿で実際の資料とした『講座』は，筆者の一人が私蔵するものであり，一部欠本がある[5]．さらに，購入案内書や月報の類があったことが推量されるが，それも未入手である．そのため，刊行の趣旨等も推測するしかない.（実は，第八回で完結したかすら確かめられなかった.）

[4]共立社は，昭和十七年に共立出版株式会社に改組しており,『新輯教育数学講座』の配本の最終巻のみは，発行所が共立出版株式会社となっている．なお，共立社は大正十五年の創業以来,『輓近高等数学講座』,『実験化学講座』,『実験工学講座』等の講座ものの刊行で著名となった出版社である．

[5]所蔵していない分冊は，付録 A では,「未見」としてある．

ただ,『新輯教育数学講座』は，先の大戦の最末期に及ぶ出版であるためか，大学図書館等においても完揃はほとんど見られない．そうした事情もあり，本稿の考察は，手持ちの資料のみで進めることとした．

以上のような事情であるため，同講座について詳しい情報をお持ちの方がおられたら，ご教示願えると幸いである．

1.2　講座名としての「教育数学」

『新輯教育数学講座』の表題に含まれる「教育数学」とは，何を意味しているのだろう.「数学教育」とは異なるものなのだろうか.

この講座の出版に二十年ばかり先立つ頃，欧米に発する“ 数学教育改造運動 ”の影響から，日本においても数学教育の変革を求める声が大きくなりつつあった．そうした中で，従来の数学教育との差別化をはかるためか,「新主義数学」であるとか,「学校数学」といった言葉が新鮮な響きをもって広がり始めていたという[6].

『新輯教育数学講座』の講座名である「教育数学」という言葉にも，まずは，同様に，旧来の数学教育との差別化をはかる意図があったと思われる．

1.3　鍋島信太郎の「教育数学」

『新輯教育数学講座』のテキスト群を調べてみると,「教育数学」という言葉は一分冊でしか用いられていない[7]．この「教育数学」が登場する分冊とは，付録 A の [1-b] [8]の『数学教育諸説概観』であり，著者は，東京高等師範学校教授の鍋島信太郎氏である．

『新輯教育数学講座』の編集者は出版社社長でもある南條初五郎となっているが,「教育数学」を講座名に採用しているということは，この講座の編集に際し，鍋島氏に相応の寄与があったことを窺わせる．つまり，各

[6]当時の数学教育の状況については，例えば，[7]，[13] を参照のこと．また，本稿の付録 B においても，わずかではあるが，触れている．

[7]他の分冊では，単に「数学教育」という言葉が用いられている．この講座だけでなく，管見の限りではあるが，当時「教育数学」という言葉が広く用いられていた様子はない．

[8]付録 A の一覧で，第 1 回配本の b) の冊子を，[1-b] と略記した．なお，今後，本稿においては,『講座』の冊子を示すのに，同様の略記法を用いることとする．

分冊の執筆者の意図はともあれ，講座全体の構想に，鍋島氏の構想する「教育数学」があったことが推定できる．

本稿の以下の考察は，この推定の上に進められる．

こうして，鍋島氏の「教育数学」は，本稿の議論において中核的な役割を果たすことになる．では，それは，いったいどのようなものだったのか．以下に，その構想において鍵となる概念を紹介しておく[9]．

鍋島氏は，十八世紀以降の欧米における数学教育の歴史の流れを振り返り，そこに二つの方向性を見出す．一つは，教育の主たる目的を，数学のエウクレイデス原論的な演繹体系としての性格におく**「合理性」**重視の方向であり，他方は，実生活において役立つことにおく**「有用性」**を目ざす方向である．さらに，鍋島氏は，イギリスの Carson 氏の所説に倣って，教育で扱う数学は学習者にとって現実感（リアリティ）のあるものでなければならないという**「真実性（リアリティ）」**の原則を取り上げる．以上の三つ（合理性，有用性，真実性[10]）が，鍋島氏の「教育数学」構想の鍵概念である．

そして，鍋島氏は，こう説く．「合理性と有用性とを真実性の基準の上に組み立て統合する[11]」ことで産み出されるものが，数学教育の真の対象であるべき「教育数学」になるのだと．

2 『新輯教育数学講座』の読者について

本章では，『新輯教育数学講座』の想定する主たる読者（受講者）はどういう人たちであったかという問題について考えてみたい．

答を最初に述べてしまうと，特別な種類の教員志望者 — いわゆる「文検」の受験希望者 — であったことが推定される．

---

[9]鍋島氏の構想した「教育数学」の概要については，『講座』以外の氏の著作も参照しながら，付録 B にまとめておいた．参照願いたい．

[10]合理性・有用性・真実性について，著作『真実性に立つ　算術新教育』では，次のような説明がなされている（[9],p18）;「第一に**合理性**ということは，算術の本質であるその論理的構成に意義を認めるものでありまして ⋯．次に**有用性**というのは単に数学のために数学する，算術のために算術を練るのではなく，人生のために役立つために算術を教えるとするものであります．第三に**真実性**ということは子供の純真な人間性に直接した興味と理解に順応しようとする思想でありまして，真実性という代りに，心理に立脚するという意味で「心理的原則」という言葉を使ってもよいのであります．かく真実性に対して**心理的原則**という言葉を使用するならば，合理性のことをば**論理的原則**といい，有用性に対しては**実用的原則**といってもよいのであります.」

[11][9], p11.

以下,「文検」について説明する前に，まずは，戦前の中等教員の免許制度について見ておこう.

2.1　教員免許令から

明治から先の大戦に至る日本の中等教員[12]養成制度を,「免許」の面から概観してみる.（初等教員を含む全般的な制度の概要については，参考文献 [8] や [12] を参照されたい.）

教員の免許制度は，明治十年代から徐々に整備されていったが，明治三十三年に制定された『教員免許令』で，ほぼ確立することになった．この免許令によれば，中等教員の免許を取得できる者は，次の A もしくは B のいずれかとなる.

A. 教員養成ノ目的ヲ以テ設置シタル官立学校ノ卒業生

この条文で規定される学校は，しばしば，**「目的学校」**と称された．この「目的学校」は，次の二種からなる.

(A-1) 高等師範学校と女子高等師範学校

高等師範学校は東京と広島に，女子高等師範学校は東京と奈良に，それぞれ設置されていた.

(A-2) 臨時教員養成所

必要に応じ，各々の帝国大学，高等師範，高等学校，高等工業等に臨時に設置された.

B．教員検定ニ合格シタル者

この「検定」は，次の二種の方式からなる.

(B-1) 無試験検定方式

これは，さらに次の二種に区別される.

(B-1-1) 指定学校　(各帝国大学，高等学校等の官立学校)

(B-1-2) 許可学校　(東京専門学校[13]等の認可を受けた私立学校)

指定学校もしくは許可学校の課程を修めた者に対して，免許が授与された[14].
そして，次が最後である.

[12]中等教員とは，主に，師範学校，中学校，高等女学校のことをいう.
[13]現在の早稲田大学の前身.
[14]無試験検定試験については，本稿では扱わない．この検定に関しては，例えば，参考文献 [2] 等を参照のこと.

(B-2) 試験検定方式

高等教育の学歴をもたない者は，試験によって免許を取得することができた．

この，最後の試験検定方式で実施される試験の正式名称が「文部省師範学校中等学校高等女学校教員検定試験」であり，通称**「文検」**と呼ばれる．これが，我々の求めていたものである．

2.2 中等教員の免許の種類別割合

本稿の主題である『新輯教育数学講座』は，文検の志願者たちを主たる読者としているというのが，我々の推定するところである．それでは，様々な免許の取得方法がある中で，文検の合格者は，どの程度の割合を占めていたのだろうか．

統計的なデータを少し挙げておこう．

(1) 取得方式別免許状取得状況

次の表 1 [15]は，中等教員資格取得者の取得方式の種類別の割合を示している．(種別については，前節を参照のこと．) 資格は有していても，実際に教員の職に就かない者もいたことに注意されたい．

年度	目的学校卒業	無試験検定	試験検定	計
明治 44 年	444(36.5)	344(28.3)	427(35.2)	1215
大正 14 年	1203(23.5)	3143(61.4)	771(15.0)	5117
昭和 5 年	1223(11.4)	8840(82.4)	669(6.2)	10732
昭和 10 年	830(9.9)	6918(82.7)	620(7.4)	8368

表 1: **取得方式別免許状取得状況** [単位は人．( ) 内は%]

(2) 有資格中学校教員総数に占める検定出身者の割合

表 2 [16]は，実際に教職に就いている“ 有資格 ”中学校教員のうち，無試験検定および文検の合格者が占める割合を示している．なお，戦前にお

[15] 文献 [12] の表 24 から作成した．
[16] 文献 [12] の表 25 から作成した．

いては，正規の資格を有さない教員が職に就くための例外規定がいくつかあり，無資格教員もいたことが知られている．

年度	無試験検定	試験検定
明治 43 年	1742(39.4)	1828(41.3)
大正 14 年	4096(46.9)	2537(29.0)
昭和 5 年	6490(55.1)	2549(21.7)
昭和 10 年	7223(58.3)	1932(15.6)

表 2: **中学校教員総数に占める検定出身者の割合** [単位は人．( ) 内は%]

試験検定（つまり文検）の取得者に注目すると，免許取得者全体に占める割合（表１）に比べ，実際に教職に就いている者の割合（表２）が高いことが見て取れる．つまり，文検志願者に対する『講座』のような企画は，中等学校の数学に相応の影響を与える可能性をもつ試みであったことが想像される．

それでは,「文検」の制度の概要について，節をあらためてまとめておこう．

2.3 「文検」の概要

(1) 受験資格

まず，文検の受験資格であるが，次のようになっていた．

- 中学校の卒業生
- 修業年限４箇年以上の高等女学校の卒業生
- 専門学校入学者検定試験の合格者
- 小学校本科正教員の免許状を有する者

(2) 試験科目

次に，文検の数学科の受験科目だが，これは，時期により変遷がある．大まかなところを記しておくと，次のようになる．

- 明治 25 年
  算術，代数，幾何，三角法，測量，解析幾何及び微分積分大意.
- 明治 29 年
  予備試験と本試験（「教授法」を含む）に分割.
  予備試験科目は，算術，代数，幾何.
  本試験科目は，算術・代数・幾何，三角法，解析幾何学，微分積分.
- 明治 40 年
  教職教養試験として,「教育の大意」が追加.
- 大正 5 年
  同じく,「国民道徳要領」が追加.
- 大正 10 年
  専門受験科目が,「数学」に一元化.

「文検」の制度の詳細や試験問題の実際については，参考文献の [14] と [15] を参照願いたい.

2.4 『新輯教育数学講座』の読者としての文検志願者

文検は，上述したように，一定の割合で中等学校教員を供給していた. また，教職に就くこととは無関係に,“ 検定に合格すること ”自体が，社会的階梯を登るための手段のひとつとして認知されていたともいう．そのため，文検の志望者層は，潜在的なものも含めれば，かなりの規模のものであり，彼らを対象とした受験雑誌や講習会といった“ 受験業界 ”が成立していた[17].

したがって,「数学科」に特化することにはなるが,『新輯教育数学講座』が文検志望者を対象としたものであったという推定は，企業の営利面からも非現実的なものとはいえない．また,『講座』には，受験案内的なものや検定試験問題対策的な分冊が含まれている[18]ことも，この推定の根拠として挙げることができるだろう.

[17]例えば，文献 [14] や [15] を参照のこと.
[18]本稿の 3.2 節の C 項を参照されたい.

3 『新輯教育数学講座』が扱う主題群の類別

我々は，次章の 4.1 節において，鍋島信太郎氏が自らの「教育数学」の立場から『新輯教育数学講座』をどのように構成しようとしたか，の推定を試みる．本節はそのための基礎作業として,『新輯教育数学講座』のテキストが扱う主題群の類別をおこなう．

3.1 類の名称

類別の枠として，次のような名称の類を用いる．

A. 数学に重点のある主題群

- **A-1. 高等数学**
- **A-2．高等教育における標準的数学**
- **A-3. 数学の応用**

B．教育に重点のある主題群

- **B-1. 教えるべき内容**
- **B-2. 教材化**
- **B-3. 高い立場から見ること**
- **B-4. 規 定 原 理**

C. 検定試験対策

D. 随想・その他

なお，B-1 の**「教えるべき内容」**と B-2 に現われる**「教材」**という言葉だが，本稿においては，おおむね，次のように使い分ける．

「教えるべき内容」とは抽象的に表示されたもの,「教材」は「教えるべき内容」をしかるべき文脈において具象化したものである[19]．日本の学校数学で例示するなら,「教えるべき内容」とは「学習指導要領に記述された項目」的なものであり,「教材」は,「教科書」もしくは「指導案」に表現されたようなものを想定している．

[19]つまり,「教材」は,“ subject ”ではなく“ material ”である．

3.2　類別の概要

本項では，上述の各々の類について,『新輯教育数学講座』のテキストで実際に扱われている内容（要目），そして，関係する分冊[20]を提示した.（冒頭部分にコメントを付した場合もある.）

A. 数学に重点のある主題群

A-1. 高等数学

学問分野のひとつとしての数学（大まかにいって，理学部の数学科で扱われているような数学）の意.『講座』の場合，扱われている話題のほとんどは幾何学に関するものである．幾何学に偏っていることに意図があるのか，敗戦に伴って出版の継続が不可能になったための偶然的なことなのかは不明.

[**内 容**]　• 幾何学（非ユークリッド幾何，射影幾何学，作図不能問題，包絡線に関する組織的研究，ヒルベルト流の公理的構成，位相幾何，等々） • 集合論（整列集合，濃度，等々） • 群論（群の定義，部分群，同型・準同型，組成列，アーベル群，置換群，等々）

[**分 冊**]　[1-e], [1-f], [2-d], [2-e], [3-d]，[3-e], [3-f], [4-c], [5-e], [5-f], [6-d], [6-f]，[7-c].

A-2. 高等教育における標準的数学

おおむね,（旧制の）高等学校の理系学生が学ぶ内容の数学であると思われる.本稿で『講座』の主たる読者と想定している文検志願者は，高等学校に進学できなかった者が多数であったことに留意されたい（2.3 参照）.

[**内 容**] • 高等教育で学ぶ数学の概論（直角座標，一次整式と直線，有理整式とその微係数，代数函数のグラフ，簡単なる曲線とその方程式，代数函数の微分法，超越函数，媒介方程式・極方程式・曲率，無限小・微分，積分の基本公式，定積分，幾何学的応用，微分方程式）

[**分 冊**]：[1-d], [2-f], [4-d], [6-b], [7-e], [8-a].

A-3. 数学の応用

---

[20]複数の分冊が同一テーマを扱うことも，ひとつの分冊が二つ以上のテーマを扱うこともあるため，内容と分冊の対応は一対一ではない．また，付録 A に基づく分冊の略記法については，1.2 節を参照のこと.

[内 容] ● 数理経済学　● 統 計

[分 冊]：[4-e], [5-d].

B. 教育に重点のある主題群

B-1. 教えるべき内容

[内 容] ● 学校種別の教授要目の現状および変遷（小学校，高等小学校，中学校，外国の事情，等々）

[分 冊]：[1-c]，[2-c]，[3-a]，[4-a]，[6-c]，[7-a].

B-2. 教 材 化

[内 容] ● 学校種別の教材の例示（小学校，高等小学校，中学校）● 実務の観点から見た教材化（実験的取扱，綜合的取扱，問答式教授法，等々）

[分 冊]：[1-c]，[2-c]，[3-a]，[4-b]，[8-b].

B-3. 高い立場から見ること

「高い立場から見る」とは，フェリックス・クラインの有名な著作『高い立場からみた初等数学』([3]) に由来する言葉であり，おおむね，時代の先端の学問的立場から学校教育の素材としての初等的な数学を捉えなおすことを意味する[21].

[内 容] ● 初等数学のいくつかの話題の「高い立場から見た」ありさまの提示（数学的帰納法と四則演算，記数法，平均，循環小数，比例と函数方程式，無理数）

[分 冊]：[3-g]，[6-h].

B-4. 規 定 原 理

教育と数学をとりまく様々な立場・観点から，数学教育を規定する原理的な考え方について述べたもの.

[内 容] ● 数学教育の効用　● 国民教育の一部としての数学教育　● 論理

[21] [3-g](『初等数学雑論１』) の緒言には，こうある.「初等数学という言葉は，最早漠然とした意味しか有さないが，従来通俗的にそう言はれてきた範囲内の材料を取り上げて，之を成るべく高い見地から眺め，その基礎を明にしたいが本稿の目的である.」

的・心理的・社会的・歴史的研究との関連性

[**分 冊**]：[1-b]，[3-b]，[5-b]，[5-d].

C. 検定試験対策について

[**内 容**] • 受験案内（学習方法，検定試験の概要，合格後の展望，等々）
• テーマ別の試験問題対策（最大最小問題，方程式の問題）

[**分 冊**]：[1-g]，[3-c]，[5-c]，[6-e]，[6-g].

D. 随想・その他について

[**内 容**] • 随想・回想

[**分 冊**]：[1-a]，[2-a]，[5-a]，[6-a]，[7-b].

4　数学教師に必要な数学能力とは何か

『新輯教育数学講座』は，学習の便をはかるためであろうが，配本の各回に含まれる分冊の種類を，主題が多様なものにわたるように設定してある．したがって，同種の主題ごとに分冊を再配置しないかぎり，編集の意図が見えてこない．

『講座』の編集意図とは，編集に携わった者たちが，数学教師を目指す者に学んでおいて欲しいと思う事項に他ならないだろう．我々は,『講座』の主題群を配置しなおし，その構造について調べることで，そこに企図されているであろう「数学教師に必要な事項」を明らかにしたい．そして，そのことを一般化することで,「数学教師に必要な数学能力」とは何かという問いに答えてみたい.

4.1　『新輯教育数学講座』の“ 教育数学 ”的構造

本項では，鍋島信太郎の「教育数学」構想[22]にもとづき,『新輯教育数学講座』の主題群を構造化することを試みる.

[22]鍋島氏の構想する「教育数学」については，第 1.3 節 および 付録 B を参照のこと.

主題群の教育数学的な構造

第 3.1 節で類別した『講座』の主題群を,「中核部」,「本体部」,「周辺部」という枠組みに区分し，それぞれについて，鍋島のいう“ 合理性，有用性，真実性 ”との関係を示すことで，その構造を明らかにしたい．

具体的には，以下のようになる．

(1) 中核部

教育数学として，中核的な役割を担う部分．

- **教えるべき内容**（[B-1] [23]）

  教育数学は，あくまで，教育の対象としての数学を考えるものである．その教育の枠組が，初等教育であれ，中等教育であれ，そこで「教えるべき数学の内容」が中核的な知識になることは当然のことであろう．

(2) 本体部

中核部を取り囲み，教育数学の実質的な内容を構成しているもの．

- **高い立場から見ること**（[B-3])

  「高い立場から見る」とは，学問分野の一領域としての数学の立場から，初等的な数学教育の題材のありかたを捉えなおすことを意味した．したがって，**合理性**の観点から題材を捉えることに対応している．

- **高等教育における標準的数学** ([A-2])

  「高等教育での標準的数学」とは，理工系を主とする様々な領域で「利用」される対象として数学を捉えることを意味する．つまり，**有用性**の観点から数学を捉えることの一つと考えられる．

- **教材化** ([B-2])

  「教材化」とは，教育の実際の場において,「教えるべき内容」をその文脈に適した形に具体化することを意味している．したがって，これは，**真実性**の観点から数学的内容を把握することの一種といってもよいだろう．

- **規定原理** ([B-4])

[23]第 3.1 節で付した記号．

合理性・有用性・真実性と直接関係するわけではないが，例えば，この三つの概念で数学教育の歴史的流れや将来の方向性を看取するように，数学の教育というものを,「外在的」な原理でもって規定しようという考え方を示している.

(3) 周辺部

教育数学に直接的な関係性をもつものではないが，周辺にあって，支援や補足の役割を果たしているもの.

- **高等数学**（[A-1]）

  「高い立場から見ること（[B-3]）」を支援するもので,「合理性」との関係が深い.

- **数学の応用** ([A-3])

  「高等教育における標準的数学 ([A-2])」の補足的役割を果たすもので,「有用性」の関係を広めるもの.

『新輯教育数学講座』の構造図

最後に，上に出てこなかった主題群（検定試験対策や随想等）や類名に取り上げなかった要素を補って,“ 教育数学的に見た『新輯教育数学講座』の構造図 ”を作成すると，次ページの図１のようになる.

4.2　数学教師に必要な数学能力

前節の結果を敷衍することで,「数学教師に必要な数学能力とは何か」という問いに，ひとつの解答を与えてみたい.

数学を捉える観点

第一に，数学教師に必要な数学能力の核(コア)は,「教えるべき内容」について,“ 的確 ”に把握することができるということであろう.

では，この「教えるべき内容」の把握の“ 的確性 ”とは，どういうことを意味するのだろうか．それは,「教える対象としての数学」を，次の四種の観点から把握できることだと考える.

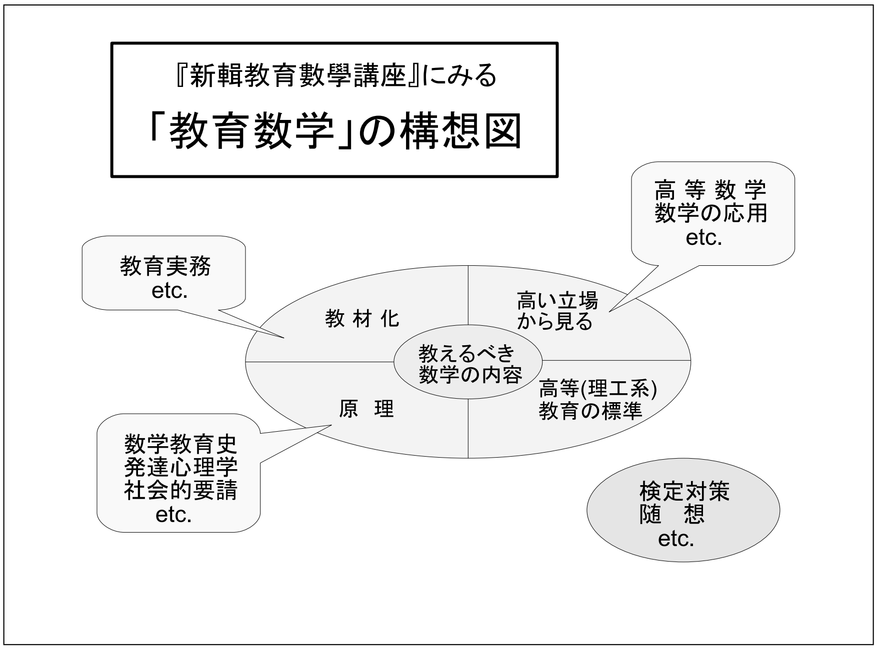

図 1: **教育数学的に見た『新輯教育数学講座』の構造図**

（教育の対象を捉えるための四種の観点）

- **数学の学問的標準の観点（高い立場）**

  学問分野のひとつとしての数学の立場から「教えるべき内容」を俯瞰できること．この観点から把握するためには，学問としての数学が一定程度身についていることが必要であろう．

- **一般領域における使用の観点**

  「標準的な数学の利用者(ユーザー)に共有されている立場」から理解できること．他領域における数学の使用法に関する知識が必要であろう．

- **教材化の観点**

  「教材」の意味については，3.1 節で述べている．抽象的な形態の数学を，教育が行われる所与の文脈に適合した形態に具象化できることを意味した．

- **外在的に数学を規定する原理の観点**

  歴史的，心理的，社会的等々，人間の営みのひとつとして，教育および数学，そして教育と数学のかかわりについて把握できることが必要である．

問いかけへの解答

まとめてみよう.「数学教師に必要な数学能力とは何か」という問いに対する解答は，次のようになった.

> 数学教師に必要な数学能力とは,“ 教えるべき数学 ”を上述の四種の観点から捉えることを可能とするような能力である.

この解答をひとことで総括するなら，こう言って良いかもしれない. **「数学教師に必要な数学能力とは，数学を教育的観点から捉えることのできる能力である」**と.

結びにかえて — クラインの提言

前節の結論は,「数学教師に必要な数学能力とは，数学を教育的観点から捉えることのできる能力である」というものであった．そして，それに先立って，教育的観点のもつ幾つかの側面について提示した.

数学教師の数学能力の開発育成

それでは，実際に数学教師を育成する場合，そうした能力を身につけさせるためにはどうすれば良いのだろうか．この問いに対する答えがなければ，本稿における議論も，画餅に帰すことになろう.

『新輯教育数学講座』は，もちろん，この問いに対するひとつの答えである．しかし，教育という実践的な活動に従事する実務家としての「数学教師」育成においては，知識注入型の能力開発では不十分で，何かしら実践的な訓練が必要なことは自明であろう.

この問題に答えることは，本共同研究の最終目的のひとつであり，本稿で今扱うものではない．しかし，本稿を閉じるにあたり，この問題に重要な示唆を与えてくれるであろうものとして，フェリックス・クラインの提言を紹介しておこう,

クラインのエアランゲン・アントリッツレーデ

1872 年，エアランゲン大学の教授に就任したフェリックス・クラインは，新任教授の義務であるアントリッツレーデ（就任講演）において，大学における数学の教育を主題とする講演を行った．なお，当時，クラインの属したドイツの大学の哲学部は，中等教育機関の教員の養成が主務であった[24]．

この講演の終盤において，クラインは，中等学校の教員を目指す学生に必要な訓練として，以下の二つの提言をしている．

高い立場から見る能力

クラインが，初等的な数学を「高い立場から見る[25]」力を身につけるために提案するのは，独自の研究を完成させることである ([3], p.236)．

> … 我々，大学教員は，学生諸君に，諸君の勉学を完成させるだけでなく，何が学校[26]で教えられるべきであるかを知ることも，望みたいと思います．将来の教師たる者は，自分の専門の**上に**立って欲しいのです．専攻分野の学識の現状を了解し，将来の発展を把握する力を身につけて欲しいのです．それゆえ，学生諸君に，望みます．十分に深くまで進んでおくため，少なくとも一度は独自の研究に従事するということを．後で科学研究に携わる者など十人に一人もいないでしょうが，一度でもそうした研究を完成させたことのある者なら，異なる種類であっても，確実な判断力やいきいきとした着想を我が物としているはずなのです．

教授の実際的訓練

もうひとつの提案は，当時，大学教育に取り入れられてまだ間もない“ 演習とゼミナール ”という方法を活用することであった．

---

[24]クラインのエアランゲン・アントリッツレーデについては，文献 [3] で詳述しておいた．以下のアントリッツレーデからの引用も，[3] の付録のものである．

[25]クラインの「高い立場から見る」という言葉は，後年のものである．アントリッツレーデの時点では，次の引用のように,「上に立つ（ über seinem Stoffe steht)」という言い方をしている．

[26]学校は Schule の訳であり，おおむね初等・中等学校を指す．

> ⋯ 最近では，数学的な演習 (室) と学生諸君が参加するゼミナールが，大いに注目を集めています．こうした種類の教育が，今，大学教育の将来の発展のための要の点なのです．**これこそ，必要なことなのです．**講義を熱心に聴くこともひとつです．疑問をもたずに理解できたと感じることでしょう．ですが，同じ内容であっても，それを，まだその分野に慣れていない他の者たちが同様に理解するまで講義できるということは，まったく違ったことなのです．訓練が必要なのは，題材を論理的に提示するような講義の技巧ではなく，本質的なものとそうでないものとを仕分ける能力なのです．

理念として

クラインの提案は，現在の大学教育の枠組のなかではとうてい実現不可能だとか，また，そのような時間をとることは無理である，等々の意見があるかもしれない．

教員養成の現実的な問題は，しかし，本稿の射程の外にある．我々は，「数学教師に必要な能力」について，それが理念的にどうあるべきかを考えているのだから．理念なき実践に意味がないとまでは言わないが，仮にそのようなものがあり得るとしても，どのような基準でその効果を測れば良いと言うのだろうか．

参考文献

[1] Carson, G.ST.L : *Essays on Mathematical Education*, Ginn and Company (1913).

[2] 船寄俊雄・無試験検定研究会 (編) 『近代日本中等教員養成に果たした私学の役割に関する歴史的研究』 学文社 (2005）.

[3] 蟹江幸博，佐波学 『エアランゲン就任講演にみるクラインの数学観について – 試論 – 』 三重大学教育学部紀要， 第 60 巻， 教育科学 (2009), 219-236.

[4] 蟹江幸博編『RIMS 共同研究　数学教師に必要な数学能力形成に関する研究の目標と現状』数理解析研究所講究録 1657(2009), 178 ページ.

[5] 蟹江幸博『数学教育における数学者の役割 II–RIMS 共同研究の目標と現状 II』本講究録所収.

[6] Klein, F. : *Elementarmathematik vom höheren Standpunkt aus*, B. G. Teubner, Leipzig 1908, 1909, Springer, Berlin (1924).
(日本語訳) 『高い立場からみた初等数学 1 – 4 』 (遠山啓 監訳) 東京図書 (1959/1960/1961/1961).
[7] 松宮哲夫 『伝説の算数教科書＜緑表紙＞』岩波科学ライブラリー 135，岩波書店 (2007).
[8] 文部省 (編) 『学制百年史』 帝国地方行政学会 (1972）.
——— 『学制百二十年史』 株式会社 ぎょうせい (1992) .
（文部科学省のホームページに掲載.）
[9] 鍋島信太郎 『真実性に立つ　算術新教育』 三友社 (1936）.
[10] ——『数学教育入門』 教育文化出版社 (1949）.
[11] ——『数学教育本論』 池田書店 (1954）.
[12] 仲 新 (監修) 『学校の歴史　第５巻　教員養成の歴史』 第一法規出版株式会社 (1979）.
[13] 佐藤英二 『近代日本の数学教育』東京大学出版会 (2006).
[14] 寺崎昌男・「文検」研究会 (編) 『「文検」の研究』 学文社 (1997）.
[15] ——— 『「文検」試験問題の研究』 学文社 (2003）.
[16] 山田浩之 『教師の歴史社会学 — 戦前における中等教員の階層構造』晃洋書房 (2002）.

付　　録

A　『新輯教育数学講座』の概要

各分冊の，題名，著者名，著者の所属，内容についての主要な項目を一覧にした．一つのテキストが複数の冊子に分割されている場合には，最初の冊を詳しく，後の冊を簡略にした．なお，一覧の題名の先頭に付した a), b) 等のアルファベットは，本文での引用の便のため，本稿で仮に付したものである．

新輯教育数学講座１（第１回配本[27]）

a）我国数学教育改良運動回顧談の一節

著者：国枝元治 (東京文理科大学教授・理学博士)；37 ページ

(要目)　明治四十四年改正発布中学校数学科教授要目／全国数学科教員協議会／日本中等教育数学会の創立

b) 数学教育諸説概観

著者：鍋島信太郎 (東京高等師範学校教授)；62 ページ

(要目)　合理主義数学教育説／有用主義数学教育説／数学教育に於ける形式陶冶説／一般数学運動の論点

c) 改定尋常小学算術教科書解説　第二学年上

著者：姉崎兵部 (女子学習院教授)；42 ページ

(要目)　緒論（児童用書の仕組，計算の方法，等号に就て）／二位数と基数との加減／二位数と二位数との加減／倍とその逆／掛算九九に就て

d) 高等数学諸分科解説１

著者：杉村欣次郎 (東京文理科大学教授・理学士)；20 ページ

(要目)　集合論（集合の定義，整列集合，濃度の比較，濃度の計算）

[27] 昭和 13 年 4 月 12 日発行

e) 幾何学序説１

著者：岩村寅之助 (廣島文理科大学教授・理学博士)・細川藤右衛門 (廣島高等学校教授・理学士)；48 ページ

(要目)　ユウクリツド幾何学（プラトン学派，ユウクリツド幾何学原本，デカルトの解析幾何学）／非ユウクリツド幾何学（平行線の公理の誤れる証明，双曲線的幾何学，楕円的幾何学）

f) 初等幾何学作図不能問題１

著者：野村武衛 (東京高等師範学校教授・理学士)；48 ページ

(要目)　緒論（作図不能問題の起源，作図不能の意味，作図可能なるための必要条件・十分条件，二次方程式の根の作図）／作図不能問題に必要な代数学の諸定理（数体，既約・可約，ガウスの定理，整係数方程式の有理根，アイゼンスタインの定理，開平までの計算によつて解ける方程式，四次方程式が開平までの計算で解けるための条件，代数的数及び超越数）／作図不能問題の実例（三大問題の作図不能なること証明，円周等分の問題）

g) 最大最小１

著者：黒須康之介 (東京高等学校教授・理学士)；48 ページ

(要目)　序説（最大及び最小，最大最小問題ぼ例）／不等式の応用（相加平均と相乗平均の定理の応用，前条の定理んの拡張，相反法則，コーシーの不等式と其応用，ヘルダーの不等式，拡張されたる平均に関する定理の応用，未定乗数の方法，二次方程式の性質を応用して最大最小を求むること）／初等幾何学に於ける最大最小の問題（底辺の長さ及び他の二辺の和が与えられたる三角形の面積，前条の定理の応用）

新輯教育数学講座２（第２回配本[28]）

a) 余の見たる独逸の数学教育の実際と其感想（中級学校の部）

著者：米山国蔵 (九州帝国大学教授・福岡高等学校教授・理学博士)；38 ページ

(要目)　独逸ギムナジュウムに於ける数学教育／ギムナジュウムに於ける独逸学生の美点・外国の学生と我が国の学生

[28]昭和 13 年 5 月 26 日発行

b) 算術ニ於ケル函数概念ニ就テ

著者：高木佐加枝 (東京高等師範学校訓導・文部省嘱託)；40 ページ

(要目)　小学算術と函数概念／函数の定義／函数的教材指導の価値及び目的／指導の実際例

c) 算術ニ於ケル図形ノ取扱

著者：国元東九郎 (女子学習院教授)；46 ページ

(要目)　幾何学の研究対象（形，大いさ，位置）／幾何学研究の方法／幾何学研究の基本的事項（模型，截断，大小，長さ，面積及体積，方向，角，角の単位）

d) 初等幾何学ヲ中心トシタ射影幾何学１

著者：戸田清 (廣島高等師範学校教授兼廣島文理科大学講師・理学士)；56 ページ

(要目)　**前編　射影幾何学**

緒論（透視画法，射影と截断・対応，射影変換，射影的定理）／射影空間・双対の原理（無窮遠元素，射影面，射影的定理と量的定理，平面に於ける双対の原理，射影空間，双対の原理，初等図形）／デザルグの定理・調和群（デザルグの構図，六点図形の基礎定理，調和群）／一次元図形に於ける射影性・基礎定理（平面上の一次元基本図形，射影性に関する定理，点の分離，一線上の三点により定義せられた有理網，射影幾何学の基礎定理，諸定理）

e) 初等幾何学ニ於ケル包絡線ニ就イテ１

著者：小林幹雄 (東京府立高等学校教授・理学士)；50 ページ

(要目)　包絡線が点となる場合（定義，定点通過，一級直線，調和比及極極線に関するもの，双対の原理による法，円錐曲線の光学的性質，代数的方法）／包絡線が円となる場合（直線の包絡線，円の包絡線，反転による方法，閉形問題を用ふる法，包絡線が直線となる場合）

f) 高等教育数学概論１

著者：小林善一 (東京高等師範学校教授・理学士)・尾崎繁雄 (東京文理科大学講師・理学士)；54 ページ

(要目)　直角座標（実数，零及び無限大，線分の和，座標軸，二点間の距離，線分を分つ点，三角形の面積，変数と函数，函数のグラフ，曲線の

方程式，函数の分類）／一次整式と直線（一次整式のグラフ，一次方程式，直線の勾配，二直線の角，二直線の交点，点と直線との距離，直線の標準形）／有理整式（二次有理整式のグラフ，二次方程式の判別式，n次有理整式のグラフ）／有理整式の微係数（極限値，曲線の切線・勾配，増分，函数の連続性，微係数の定義，有理整式の微係数，切線の方程式，微係数の符号と函数の増減，最大，最小，第二次係数と曲線の凹凸，方程式の重根）

新輯教育数学講座３ （第3回配本[29] ）

a) 中等学校教材の解説（１）

著者：田中良運 (東京高等師範学校教諭)；52 ページ

(要目) 序論（教材の研究，法令その他と数学教材）／教授要目の教材（中学校旧教授要目，現行中学校教授要目，日本中等教育数学会協定の中学校教授要目案，高等女学校教授要目，師範学校教授要目，実業学校の教材）／教材の稍具体的な内容（要目の配当，教授細目）

b) 数学教育に於ける基本の問題（１）

著者：佐藤良一郎 (東京高等師範学校教授)；50 ページ

(要目) 国民的教育と数学教育／数学の用

c) 獨学者の行くべき道

著者：森本清吾 (廣島高等工業学校教授・理学博士)；27 ページ

(要目) 数学の学習法／数学と独学／中等教員検定試験／高等教員検定試験／その後

d) 群論序説１

著者：光藤富士男 (廣島高等師範学校教授・理学士)；54 ページ

(要目) 序論（集合，3 元の置換，n元の置換，無限集合への拡張）／群（群の定義，加群，簡単な群の例，群の簡単な性質，群の別定義，置換群による群の表現，同型，元素の位数）／部分群（部分群の条件，循環群，部分群による群の分解，有限群の基本定理，共軛元素，正化群，群の部分集合，共軛群）／不変部分群（不変部分群，不変部分群の例，素数冪群（p-群）の基本定理，商群，剰余群，準同型，同型定理）

[29]昭和 13 年 6 月 18 日発行

e) 初等幾何学作図不能問題２

著者：野村武衛；48—78 ページ

(要目)　作図不能問題の証明法／作図不能問題の分類

f) 幾何学ノ概念構成１

著者：中村幸四郎 (東京文理科大学助教授・理学士)；36 ページ

(要目)　公理的方法（公理の意味，幾何学公理論，ヒルベルトの幾何理論，公理群の吟味）／演算と幾何学（代数的算域，一般的算域，ヴェクトル空間の基礎におく算域，射影幾何学を基礎におく算域）

g) 初等数学雑論１

著者：問谷力 (東京文理科大学助教授・理学士)；52 ページ

(要目)　「数学」の定義／数学的帰納法と四則演算／記数法雑話／平均の定理

新輯教育数学講座４　（第 4 回配本[30]）

a) 高等小学校の算術１

著者：清水清；52 ページ

(要目)　緒論（算術の意義，教科としての算術，高等小学校の算術，算術の教育，小学校で用ひる数）／高等小学校第一学年第一学期（大数の読方，数を図に表すこと，整数小数の四則，分数の四則，度量衡・貨幣・暦）／高等小学校第一学年第二学期（数を文字で表はすこと，負数，代数的解法，方程式の解法，連立方程式の解法）

b) 数学教授ノ実際

著者：下村市郎 (文部省督学官)；106 ページ

(要目)　数学教授に於ける実験的取扱／定義の取扱／数学教授に於ける綜合的取扱／問答式教授法／極限の取扱／ピタゴラスの定理／数学教授の際の生徒用具

c) 初等幾何学ヲ中心トシタ射影幾何学２

著者：戸田清；57—110 ページ

[30]昭和 13 年 8 月 24 日発行

(要目)　同臺上の射影性，対合／二次曲線論／極と極線の理論／二次元図形における射影性

d) 高等教育数学概論２

著者：小林善一・尾崎繁雄；55—106 ページ

(要目)　代数函数のグラフ／簡単なる曲線とその方程式／代数函数の微分法／一般二次方程式

e) 数理経済学解説１

著者：成実清松 (名古屋高等商業学校教授・理学博士)；38 ページ

(要目)　独占の理論／協同及び競争の理論／需要供給の動態理論／課税の問題

新輯教育数学講座５　(第５回配本[31])

a) 数学の鑑賞

著者：掛谷宗一 (東京帝国大学教授・東京文理科大学教授・理学博士)；13 ページ

(要目)　美的価値／ 鑑賞／形式美

b) 数学教育の再建

著者：小倉金之助；8 ページ

(要目)　ヒューマニチーの問題としての数学教育／数学教育の科学的研究（論理的・心理的・社会的・歴史的研究）

c) 小学校検定試験数学科研究要領

著者：鹿谷義一；21 ページ

(要目)　算術／代数学／幾何学

d) 数学教育に於ける基本の問題２

著者：佐藤良一郎；51—107 ページ

(要目)　統計的観察／何処をねらふか

e) 初等幾何学ニ於ケル包絡線ニ就イテ２

[31]昭和 13 年 11 月 25 日発行

著者：小林幹雄；51—109 ページ

(要目)　包絡線が円錐曲線となる場合／包絡線が高等曲線となる場合

f) 幾何学序説２

著者：岩村寅之助・細川藤右衛門；49—99 ページ

(要目)　非ユウクリッド幾何学の表現／非ユウクリッド幾何学の発展とその影響／射影幾何学

新輯教育数学講座６　（第６回配本[32]）

a) 数学教育ニ就テ

著者：窪田忠彦 (東北帝国大学教授・理学博士)；5 ページ

(要目)　高等学校に於ける解析幾何学の教授に就ての私見

b) 高等数学諸分科解説２

著者：杉村欣次郎；21—37 ページ

(要目)　群論（群の定義，部分群，同型，準同型，組成列，アーベル群，置換群）

c) 中等学校教材の解説２

著者：田中良運；53—83 ページ

(要目)　外国の数学教材／数学の新教材

d) 初等幾何学の基礎１

著者：古賀軍治 (学習院教授・理学士)；42 ページ

(要目)　序論（基礎概念，ユウクリッドの定律と公理）／初等幾何学の組織（結合の公理，公理の独立性，図形と定義，同一公理群が成立する種々の図形，公理の非矛盾性，順序の公理，結合の公理と実在，順序の公理と実在，直観，合同の概念，合同の公理群，平行線の公理と非ユウクリッド幾何学，非ユウクリッド幾何学，アルキメデスの公理，完備の公理，四次元空間，四次元空間に於ける正多面体に相応する図形）

e) 方程式問題解法１

[32]昭和 14 年 5 月 20 日発行

著者：三輪彰 (東京高等学校教授兼東京帝国大学講師)；49 ページ

(要目)　多項式と代数方程式／方程式の根と係数の関係／方程式の変換

f) 幾何学ノ概念構成２

著者：中村幸四郎；37—80 ページ

(要目)　曲線，曲面，空間 (ペアノの対応，近傍空間の位相的性質，曲面の概念）／次元の問題（次元の概念，次元の定理，ユウクリツド平面の次元）

g) 最大最小２

著者：黒須康之介；49—101 ページ

(要目)　円に内接する多角形の面積／微分法の応用

h) 初等数学雑論２

著者：問谷力；53—106 ページ

(要目)　循環小数論／比例の定義と函数方程式／無理数について

新輯教育数学講座７　（第７回配本[33]）

a) 高等小学校の算術２

著者：清水清；53—72 ページ

(要目)　高等小学校第一学年第三学期（矩形，平行線，三角形，平行四邊形，円）

b) 連続的思索と統整

著者：福井茂三郎；22 ページ

(要目)　連続的思索の意味／連続的思索の実際

c) 初等幾何学の基礎２

著者：古賀軍治；43—84 ページ

(要目)　順序及び合同の諸定理

d) 方程式問題解法２

[33]昭和 15 年 3 月 20 日発行

著者：三輪彰；49—124 ページ

(要目)　相反方程式及び二項方程式／三次及び四次方程式の代数的解法

e) 高等教育数学概論３

著者：小林善一・尾崎繁雄；107—132 ページ

(要目)　超越函数／媒介方程式，極方程式，曲率

新輯教育数学講座８ (第８回配本[34])

a) 『高等教育数学概論４』

著者： 小林善一・尾崎繁雄

(要目)　無限小・微分／積分の基本公式／定積分／幾何学的応用／微分方程式

b) 『初等数学に於ける統計教材の実際』

著者：　木村教雄

(要目)　数観念開発と統計観念／大数の観念養成と統計教材／計算学習の素材として統計教材／グラフ教授に於ける統計教材の位置／比・比例教授と統計指数／二次函数の極大極小と統計教材

c) 『近似計算』（未見）

著者： 野村武衛

d) 『群論序説２』（未見）

著者： 光藤富士男

e) 『初等幾何學ヲ中心トシタ射影幾何學３』　（未見）

著者： 戸田清

[34]昭和 18 年 12 月 21 日発行

B　鍋島信太郎の「教育数学」

B.1　「教育数学」の導入

多様な算術教育思想

1.2 節でも述べたが，大正期から昭和の初めにかけて，数学教育の変革を求める様々な試みが全国的になされていた．

その頃の算術教育に対する主張の百花繚乱ぶりとして，例えば,「新主義数学，プロジェクトメソッドによる算術，実験実測作問中心算術，発生的算術，児童中心主義算術，生活を基調とする児童数学，構成的算術，生活指導の算術，郷土算術，生活算術，一元的算術，弁証法的算術[35]」等々の主義名を冠した出版物が知られている．

このような状況下にあっては，そうした多様な“ 新数学思想 ”を統御できるような思想的立場を求める人々が現われるのも，また，自然なことであっただろう．当時，欧米の「数学教育改造運動」の主要文献の紹介者であった鍋島信太郎[36]も，そのひとりであった．

鍋島信太郎は,「教育数学」を考えることによって，こうした「新算術書出現前後の多角的な算術教育思想」を「完全に統御」することが可能になるのだとした．それでは，鍋島にとっての「教育数学」とは何であったのか．以下に，概観してみたい．

「教育数学」の導入

昭和十一年に出版された『真実性に立つ算術新教育』の冒頭部分において，鍋島は，次のように述べている（[9], p.1）．

> 数学教育改良運動以後，先験科学である純粋数学型教科に対して，教育的見地から所謂「学校数学」の建設を見たのであります．学校数学なる用語はクラインに由来を持っているのであって，我が国では数学の為の数学に対する「教育的数学」という意味に解釈されて居り，寧ろ「教育数学」の名称を以て之に代える方がこの新観念を明晰にするものだろうと思います．

---

[35] [7](pp..10 – 11) から引用した．

[36] 例えば，鍋島信太郎訳『ペリー，ムーア数学教育論』岩波文庫（昭和 11 年）．

多様な算術新思想の対象であった「学校数学」という，いわば外延的名称を,「教育数学」という内包的名称に替えることの提言である．

もちろん，名称変更のみが目的ではない.「教育」の視点から数学を見るということを明確にすることで，それまで隠れていたものが見えるようになることが期待され得るということである．

教育数学への歴史的流れ

鍋島が実際に採用した方法は,「数学教育」を，教育の歴史的な流れの中で分析し，そうした流れの中に様々な新主張を位置づけた上で，立場立場で矛盾する要素を「止揚」することであった．全体を統御するものは，その結果としてを産み出されることになる．

そういう意味合いから述べれば,「教育数学」は，矛盾した要素が止揚される舞台であると言って良いかもしれない[37]．

鍋島は，数学教育の根源的な立場として,「合理性（論理的原則）」,「有用性（実用的原則）」,「真実性（心理的原則）」の三つを分別する．そして，こう述べる ([9], P.11).

> 即ち過去の形式万能の算術教育は転回して教育数学へ,「子供の数学」へ成長発展いたしたということは結局，合理性と有用性とを真実性の基準の上に組み立て統合するということであって，之によって新算術書出現前後の多角的な算術教育思想は完全に統御されるべきものだと信ずるのであります.

鍋島が歴史の流れから分別した,「合理性」,「有用性」,「真実性」という三つの要素については，関連する事項と共に，次節で紹介する．

B.2 「教育数学」を構成する三つの要素

本節では,『新輯教育数学講座』の分冊のひとつである『数学教育諸説概観』をテキストとして，著者である鍋島の見解を眺めてみる．

[37]「教育数学」は，矛盾した要素が止揚される舞台であるばかりでなく，そのようにして産み出された「教育の対象としての数学」を意味することもある．例えば，後年のことではあるが，鍋島は，こう述べている.「ここで取り扱うところの数学教育における数学は，明らかに，この純粋数学の領域ではない．結果からいうと，**教育数学**は，教育，人間育成のための方面である教育の中の，数学であろう．… **教育数学**は，広い意味の数学の一分野であり，数学教育は，だいたい，その**教育数学**による教育を取り扱う領域である．すなわち，それぞれ，数学と教育という全く違った領域であることを注意されたい ([11], p.10．ゴチックによる強調は本稿の筆者による).」

中等教育と初等教育

鍋島によれば，欧米における数学教育の歴史を観察するとき，初等教育と中等教育は，異なる状況下で発生しており，また，発展の方向も異なる（逆向き）という．

まず,「小学校の数学は卑近な生活算術から出発して」，内容面でも体系化の面においても，より高等な数学に向かって進歩していっている．

他方，大学（高等教育）の準備教育として始まった中等学校の数学は,当初，その当時の“ 高等数学 ”を簡易化して移植することにより編成されたものであった．そして，これが，様々な教育的問題への対応を経ながら「寧ろ向下し来ったもの」と見ることができるという．

その結果として，現状は次のようになる (p.1)．

> 生活算術は数理思想の開発論によって体系を整え，現代の文化を理解するに足るべき教科にまで向上しつつあり，古典初等数学の体系は能力説による形式陶冶論を背景として，合理主義の上に立って所謂精神鍛練をこととしたが，有用主義に立つ社会的批判を受け，同時に形式陶冶説の動揺によって，その教育目標と，教科としての体系とに改造を余儀なくされた．

今後はどうなるべきなのか，鍋島の論は，以下のように続く．

> かようにして，小学校数学と中等学校数学とは，共に所謂普通教育の一教科として，人間を作るための須要教科として，一体の「教育数学」となろうとしている．… ともかく現代の正常な教育数学の進路は，合理主義数学教育説と有用主義数学教育説とを，心理主義による真実性を基準として止揚する方向に定まっていると考える．

ここで，合理，有用，真実の三つの鍵となる概念が登場して来ているのがわかる．

数学教育の主な流れ

次に,「（主として中等教育の）数学教育」を規定する原理的な主義主張が何であったか，歴史的な流れに沿って，説明が与えられる．

(1) 形式陶冶説と 合理主義数学教育説

学校制度としての中等教育が確立され始めた18世紀から19世紀末にかけて,（数学に限らない）教育というものを規定する原理的な主張として支配的であったのは,「形式陶冶説」であったという.

形式陶冶説は，18世紀前半に唱導されたC．ウォルフの能力心理学説に基盤をもつもので，人間の精神を思考・推理・記憶等の能力に分別し,それぞれの能力は特殊な材料で練習しても一般的に発達する（つまり，陶冶は一般的に転移する）とする．また，陶冶の材料として，思考・推理の方面では数学が，記憶等の方面では古典語が，最も有効であるとされた.

この説に立つことにより,「数学」の学習目標は,“ 数学の合理性（エウクレイデスの幾何学を典型とする演繹体系としての性格）”の修得におかれた．そして，陶冶の転移の一般性が強調されたため，学習者の学習意欲への関心や教授法の工夫等が重要視されることはなかったという.

鍋島は，こうした学習観にたつ数学教育の考え方を,「合理主義数学教育説」と呼ぶ.

(2) 形式陶冶の否定と 有用主義数学教育説

20世紀初頭に，新思潮が生れた．心理学の観点からは，デューイ等による能力説の否定がある．このことから，形式陶冶の否定が帰結する.

同時に，数学教育に対して，数学の学習目標を“ 生活実践上における価値 ”におく説が力をもつようになる．イギリスのペリーを代表とするこうした数学教育観を，鍋島は,「有用主義数学教育説」と名づけた[38].

こうした“ 数学教育の新思潮 ”は，単に数学の有用性を強調しただけではなく，学習者の意欲を高めたり，理解の深化を促すための教授法の工夫等の強調を伴うことが通例であった．しかし，実際上の有用性や，教授法への関心を優先するあまり，数学の論理性や体系性の軽視が甚だしかったともいう.

(3) 心理主義による真実性

鍋島の構想では，合理性と有用性を止揚するために必要なのは,“ 真実性 ”であった．その真実性について，鍋島は，こう述べている (p.59).

[38]『数学教育諸説概観』では，その後の動きとして,「陶冶の転移は教授の方法に依存して生じる」とする条件付形式陶冶説と，アメリカのリーヴが主唱する「一般数学（幾何や代数といった分科の集まりとしてではなく，一つの統合された教科としての数学を捉える）運動」の紹介がなされている.

真実性とは数学教育の対象である少青年自体としての正常純真な興味と理解に適応する性質である．

そして,「真実性は個人と時の函数である．(カールソン)」という言葉を引用[39]し，その後に，次のように続ける (p.60).

個人によって興味と理解の程度が異り，又時代によっても興味と理解が異る．かように真実性は相対的のものである．それ故真実性を明かにするためには時代の趨向を注視すると共に,人間の発達階梯とその心理を理解しなければならない．かようにして社会諸事象の理解と青少年の心理的研究が数学教育の必要条件となる．

これが，数学教育を規定する原理としての「心理主義による真実性」の説明である[40]．

「教育数学」への道

以上の通り，形式陶冶をめぐる心理学説と重ねる形で数学教育の合理主義説と有用主義説，そして，真理性に関連する話題を紹介した後，鍋島は次のように述べる (p.59).

従って数学教育実践上に於ける従来の合理主義教育説と有用主義教育説との相克を止揚して統一ある一調和態形を構成するためには，数学の「真実性」を基準とする外はないと考える．

---

[39]別の著書では，次の言葉を引用している ([9],pp..9–10)；「数学の問題の教育的効果は，その実用的或いは科学的（即ち論理的）価値によって測らるべきものでなく，生徒に対する真実性の程度によるものである.」

[40]鍋島は文献を明示していないが，上述の引用文の“ カールソン ”を手がかりに調べてみると，鍋島が参考とした文献は，1913 年に出版された G.ST.L. Carson の論文集“ *Essays on Mathematical Education* ” に収められた“ *The Useful and the Real*([1], pp..35 – 45) ”だと思われる．この論文の 45 ページには，確かに,“ And reality is a function of the individual and the time ”なる一文がある．この文章より，鍋島のいう「真実性」とは,“ reality ”の訳であることがわかる．著者の Carson が述べているのは，子供が学ぶ数学の題材は，子供にとって現実感（リアリティ）のあるものでなければならないというもので，近年オランダのフロイデンタール研究所が提唱する“ Realistic Mathematics Education ”の Realistic とほぼ同義もしくは先駆といった印象のものである．

ここで鍋島が述べているのは，中等教育に限定されたものではない．

冒頭部分に述べた「初等教育と中等教育の間にある溝渠」もまた,「巷間必要な実用算術から順次発達（つまり有用主義的立場）」した小学校数学と「当時の専門数学の一部または圧縮（すなわち合理主義的立場）」した中等学校数学との対立であったから,「合理主義及び有用主義数学教育説を，心理主義による真実性を基準として，止揚する」ことは,「初等及び中等学校数学を普通教育の一教科となす」ことをも含意することになる．こうして，止揚された新しい“ 数学 ”として姿を現わすのが,「教育数学」ということになる．

B.3 「教育数学」の戦後

戦後，学制や教育課程が大きく変化した．それに伴い，鍋島の「教育数学」がどのようになったかについても，一瞥しておきたい．

鍋島は，次のように数学を三つに大別し，そのうちの一つとして「教育数学」を定位することで，より一般的な枠組みの中に教育数学を位置づけた ([11], p.11).

> 今日，世間の実際家が，数学という場合や，小学校や中学校や高等学校関係の場合に，数学と呼んだ時には，この純粋数学よりは，もっと広い立場に基ずいていることが，認められよう．
>
> すなわち，**学問**を中心観点とする数学は，**純粋数学**であるが，これは，文化創造を眼目とするものである．これに対して，**技術**を中心観点として近頃，著るしく発達してきた部分は，**応用数学**である．これは，生活発展を主眼とするものでる．また，これらに対して，**教養**を中心として，青少年に取り扱われている数学は，いわゆる，**教育数学**と呼ばれているものであって，学者や技術家が中心でなく，一般人間の育成が中心観点である．この三者を総括した数学は，最も広い意味の数学であって，学問のほかに，技術や教養が入ってきていることを，知らねばならない．

つまり，純粋数学—学問，応用数学—技術，教育数学—教養[41]という対応関係が提示された．

[41] ここでいう ”教養 ”は，社会の構成員としての成人が身につけておかなければいけない共通の知識等々といった意味だと思われる．

なお，教育数学の実際上の領域を，鍋島はどう考えていたのか.「大学の学問，技術教育，講演，放送，新聞雑誌記事等の数学」も将来的には教育数学の射程に入るべきであるとしたが，当面は,「小学校の算数，中学校の数学，高等学校の数学，大学教養部の数学を，その中心領域」と考えるのが良いとしている ([11], p.13).