

教育数学構築の歩み—半ばを過ぎたか？

三重大学教育学部 蟹江幸博 (Yukihiro Kanie)[†]

§1. 数理解析研究所の共同研究から

2008年度から、京都大学数理解析研究所において、教員養成学部にも所属する数学研究者が中心になって、教員養成学部における数学の講義内容や講義のあり方、初等中等教育における算数数学教育の教材や提示の仕方の根本的な考え方、今日の社会における算数・数学教育の意義と在り方について研究することを目的とした、一連のRIMS共同研究が行われている。2008年度は「数学教師に必要な数学能力形成に関する研究」というテーマで行われた([1])。一連の共同研究を開始するにあたって、具体的な調査研究を行うことは当然ではあるが、これまで「数学研究者の“数学の教育”への関与における“原理的”な位置づけ」についてあまり注意が払われて来なかったことが、数学者の教育問題への積極的参加をためらわせてきたのではないかという反省が確認された。そのため、その原理的な問題を担当する活動グループを作ることになったが、もちろん形としての成果というものはあまり期待されないものであった。そこで、この共同研究の代表で全体の進行を調整する役割の著者が担当せざるをえないことになり、他の有為な人材を割り当てることもできないまま、鳥羽商船高専の佐波学氏に協力してもらうことになった。これは、いわば基礎問題班といったものであり、協同研究活動本体とは別のものであるという意識から、第0班と呼ばれることになった。

具体的方策が立っていない研究の常として、まず「数学の教育に関与した数学研究者」の先行事例を調べることから始めることとした。フェリックス・クライン、ハンス・フロイデンタール、ハイマン・バスなどの数学者の教育関係の仕事やそれらに関連して語られる仕事について、調査・検討を行った。

そうした作業を進めるうち、彼らが、必ずしも数学研究者が生息する場としての“数学”ではなく、むしろある種の距離感をもって“数学そのもの”を眺めながら、教育の問題に向かい合っていると感じるようになった。それは“数学そのもの”とは何かという問題に関わってくる。しかし、その種の議論は複雑多岐にわたるし、收拾がつかなくなる恐れがあり、その問題を頭のどこかに置きつつも、ひとまず措いて、こうした“数学を眺める姿勢”という点に着目し、そのことを「教育の観点から数学を見る」と表現することにした。

それは、共同研究全体の基礎づけという意味からも適切ではないかと思われた。ただし、注意しておかねばならないことがある。「教育の観点から数学を見る」という立場から過去や現在を調べ、あるべき未来を考えていくことを続けていくと、

[†]2013年2月17日南九州大学都城キャンパスにおける、科学研究費研究会「数学リテラシー概念に基づく教員養成系数学カリキュラムの開発」での講演記録

確かに「数学そのもの」の見方が変わってくる。教育現場における数学でもなく、確立された数学をどう教育と関係づけるかということでもなく、「教育の観点から見る」と数学がどう見えてくるかということが基本的な興味の在り方に変わっていき、複雑な外装をまとった「数学」の「人間にとっての真の数学」としての姿が時折垣間見えるような気がするがあった。

はじめのうちは当面の目的の見えないランダムウォークか見えるような歩みだったが、今では少しずつ形をなしてきている。そう思いたい。もちろん、進めば進むほど、ゴールはさらに遠ざかり、道半ばと思うようになってからも、道半ばであるという思いはさらにつのるばかりである。とは言え、何がしかの足跡をたどることはできる。これまでたどってきた迷路のような道のりを、多少とも整理して振り返ってみることとしたい。

大雑把にまとめてみると、「数学」を内側から見ること (§2)、外側から見ること (§3)、そして、数学を教育的観点から眺めることから導かれる「教育数学」という営みの形成 (§4) ということになる。

§2. 内側から数学を見る

本節では、教育の対象としての「数学」についての見解をはっきりと語っている、二人の数学研究者の事例を挙げておく。

(1) ハンス・フロイデンタール

フロイデンタールは、1980年のICMI講演『数学教育の主要問題』において、数学教育で「(教科書の各章の内容という意味での)教材や教授法は主要な問題ではなく、教える価値のあるものが何であるかが問題」と述べている。

この問題にフロイデンタール自身が与えた解答は、「人間を取り巻く現実(reality)を組織化したり構造化する営みの一種である「数学化(mathematising)」こそが教えるべき「数学」であり、学習者が数学化のプロセスを指導者の案内の下での追体験(guided reinvention)によって身につけることが「数学教育」である」というものであった。

ここには、数学は「世界を認知する手段(instrument)のひとつ」とであるという認識と主張がある。

(2) ハイマン・バス

バスは、初等学校における数学の授業の徹底的な分析を行なった教育学者デボラ・ボールとの協同作業を通じて、数学のリーゾニング(mathematical reasoning)の重要性を「発見」した。

バスの立場は、「現役の数学者の視点から観ると、リーゾニングは、数学的な合意を形成し、新しい数学的知識を構成するための、主要な手段のひとつ」であり、このリーゾニングは、「しかるべき状況や共同体の内部において許容され得る数学的リーゾニングの「粒度(granularity)」を定める公有の知識の集積体」と

「言葉（記号，術語その他の表現，種々の定義）と，諸々の主張を定式化しその正当化を慣習化するような関係性のネットワークにおける使用法の有意味性を定めるための，論理法則および統語法」という2つの基盤の上に載っているというものである．

ここに見られる見解は，“数学と共同体”や“数学と言語”の関係性に対する認識を深化させたものであると行うことができるだろう．

§3. 外側から数学を見る

(1) 先行事例

フェリックス・クライン（1849-1925），ジョン・ペリー（1850-1920），藤澤利喜太郎（1861-1931）の教育関係の仕事について概観すると，それぞれが，ドイツの高等・中等教育機関における“数学”，イギリスの技術者教育における“数学”，日本の中等教育機関における“算術”といった，“時空の限定された領域”（これを共同体という言葉で総称することになっている）において，それを取り巻く様々な社会的状況との相互作用の中でなされたことが強く意識される．

(2) “数学”の多様性

(1)の事例検討で用いた“外側からの数学の見方”を敷衍するためには，“多様な数学”のあり方について，古代メソポタミア，古代中国，古代地中海世界（ギリシアからヘレニズム世界），素朴社会（台湾アミ族），インカ帝国，古代インドなどについても検討を行なう必要がある．それらについての調査検討を始めてはいるが，まだまだ見えていない部分も多い．

(3) 数学教育の特異点

(1)や(2)の作業を行っていると，しばしば，“数学の教育”が“相を転じる”場面に遭遇する．そうした場面を，仮に，“数学教育の特異点”と呼ぶこととしたい．代表的な例（組織や集団や象徴的な人物）としては，古バビロニアの粘土板の家（EDUBBA），古代ギリシアのソフィスト集団，ヘレニズム期のムセイオン，近世西欧のアバクス学校（*scuole d'abaco*），ペトルス・ラムスと出版，クラヴィウスとイエズス会のコレージュ，ガスパール・モンジェとエコール・ポリテクニク，カール・グスタフ・ヤコビのゼミナールなどが挙げられる．

(4) 類型から理念型へ

上述の実例に見られる様々な“共同体・数学・教育の相互依存性”から，一般的な“法則”を抽出し，現在の我々の現実的な活動に役立たせねばならない．そのためには，第一に具体例を“類型化”する必要がある．もちろんそのことは重要なのだが，単なる類型では“現実”のもつ高度な複合性を十分に捉えることが困難であることは，マックス・ウェーバーの指摘によるまでもない．そこで，マックス・ウェーバーがしようとしたように，類型からさらに進んで，“理念型（*Ideal Typus*）”へ移行することが必要になるだろうと考えている．

§4. 教育数学の構築

(1) “教育数学”の必要性

以上に述べたように，“数学”を教育という観点から眺めると，数学研究者や数学史家の見る“数学の景色”とは異なる風景が見えてくるようになる．そこから「数学を教育的な観点から眺めることにより，数学と教育に関する様々な知見を得ること，および，そうした知見を数学や教育の実践に役立てることを目的とする営み」というものを目指す必要性を感じるようになった．

そうした営みを総称して，“教育数学”と言うことにしたい．

(2) 参照枠としてのソシユール

しかし，素材ならばたくさん集められるのだが，この「教育数学」を構築することはやさしくはない．この新しい研究対象（分野）の構築に，何かしらモデルがないものだろうかと考えるようになった．現在のところ，「数学」が連想させる「言語」についての学問を構想したフェルデナン・ソシユールの仕事を，教育数学構築のための参照枠とすることを考えている．

ソシユールの仕事の要点をまとめると，[1] コミュニケーションの観点から言語を見ることで，「ランガージュ = ラング + パロール」という枠組みを取り出し，[2] “ラング”を研究する学問として「言語学」を規定し，[3] 言語学を，ラングの直接的な研究である「内的言語学」と，歴史・地理・文化・制度などとの関係の下でのラングの間接的研究である「外的言語学」に区分し，さらに，[4] ラングの“一般化”としての記号系の研究を志向する「記号学」を創始した，ということになる．

(3) 教育数学と言語学

現在は，ソシユールの構想した言語学の類似として“教育数学”を構築することの模索中である．その構築における課題として考えているものには，[1] 教育という観点から数学を見るときに“ラング”に相当するものの決定，[2] それを用いた「教育数学」の規定，[3] 「内的教育数学」と「外的教育数学」の区分，[4] 「教育数学」と「言語学」を統一的に包含する「一般化された記号学」の構想，などがある．

大小はあるが，どの課題も軽々に行えるものではなく，道半ばとは言いがたい．しかし，霧が薄れ，目指すべき山容が見え始めている．それが現状であり，まさに道半ばであると思いたい．

(4) 教師教育と教育数学

ここまで来てみると，元の共同研究の主題である“教師教育”の諸問題に対しても，“教育数学”からの対処法を考えることができる段階が見えてきたように思われる．

最後に言っておきたいのは，この枠組を押し進めることによって，算数・数学教育と（外）国語教育の現場での在り方の並行性ばかりでなく，数学教師の教育課程における「教育数学」が占める位置と，言語教師の教育課程における「言語学」の位置が並行的であることが期待される，ということである．

参考文献

- [1] RIMS 共同研究『数学教師に必要な数学能力形成に関する研究』報告集，数理解析研究所講究録 1657 巻．