

教育数学を構想する

— 言語学と教育数学 —

蟹江幸博*

1 教育数学の試み

筆者は、ここ数年来佐波学氏とともに（以下我々という言い方で2人の共同作業を表わすことにする）、“数学を教育的な観点から眺める”ことによって、数学や教育の実践に役立つ学的営みを導入する必要性を訴え、また、そうした営みを“教育数学”と呼ぶことを提唱してきた。もちろん、“教育”を何と考え、“数学”をどう思うかによって、さまざまな目的に奉仕する複数の「教育数学」が存在し得る。

ただ「教育数学」を提唱始めた主たる動機は、数学の教育について、様々な立場の人々が理性的に議論しあえる枠組みの構築にあった。しかし、枠組みだけの議論をするのでは不毛感を与えるだろうし、説得力にも欠けるので、教育や数学に対する立場を選びながら、あるべき姿としての教育数学の1つのモデルを提供するものと考えて頂きたい。

さて現在、我々は、そのような“普遍性”をもつ“教育数学”を構築するため、教育哲学者ジョン・デューイの教育論と言語学者ソシュールの言語学を参考に、“教育”と“数学”に対して特定の立場を構築・選択し、その立場から、教育数学のあるべき具体的な姿を構想することを試みている。本講演は、こうしたひとつの試みの経過報告である¹。

2 教育の定義

2.1 教育の定義の要件

「教育」の定義に先立ち、「教育」が満たして欲しい基本的な条件を以下に挙げておこう。

*三重大学名誉教授

¹詳しくは、文献[3]を参照されたい。

1. 「教育」というものを、いわゆる“学校教育”に限定することなく、できるだけ広く捉えたい。
2. 学校における教育を含め、様々な種別の教育は、この「できるだけ広く捉えた教育」の特別な場合として、二次的に把握可能なものとしたい。
3. 「教育」というものは、大きく、個人から捉える（ミクロの）立場と社会から把握する（マクロの）立場の二通りが考えられるが、第一には個人の立場を採り、社会を、個人から導かれるという意味で、二次的に把握可能なものとしたい。

2.2 デューイの教育観

以上の要件を考慮して、「教育数学」の「教育」を何と定めるかについて、試みの第一段階としてではあるが、デューイの教育観（[1]）に準拠することにした。

デューイは、まず、人間というものを、環境（自然および社会的）と相互作用を繰り返しながら、変容していく存在であると捉える。そして、教育とは、他者とのある特別な種類の相互作用によって引き起こされる特殊な形の変容であるとする。

この「教育」の典型のひとつが、社会的な未成熟者（子供）と成熟者（大人）の間に成立するもので、この場合、両者の相互作用の結果として、未成熟者は社会の正規の構成員が共有している様々なものを自己の内に所有するようになる。また、この例は「教育」が、何がしかを共有する人間集団である共同体の維持や発展のための機能のひとつであり、さらには、個人（ミクロ）と共同体（マクロ）を結ぶ鍵であることも示している。

以下、本節では、何が「教育」であるかについて簡単にまとめておきたいのだが、そのためには、いくつか道具立てが必要になる。

2.3 主体 — 教育を定義するための「人間」のモデル化

前項の「環境と相互作用する個々の人間」を単純にモデル化したものを「主体 (subject)」と呼ぶこととする。主体は、「内部 (interior)」と「外部 (exterior)」と、内部と外部の相互作用のありかたを規定する「媒介機構 (moderate system)」からなる。つまり、主体とは、＜内部，外部，媒介機構＞の三つ組ということになる²。

基本的な例として、「日常的主体 (daily subject)」というものを考える。これは、我々の日常的な「人間」の捉え方を単純にモデル化したもので、この主体の「内部」は“感情や意志・記憶等々からなるいわゆる自意識（心）”であり、「外部」は“（物理的实在からなる）日常の生活空間”である。相互作用は、人間の“活動”に相当するもので、例えば「空腹」という内部の要素が外部の空間で引き起こす「（食べるために）果実を（手に取って）口に

²相互作用によって主体は、つまり、主体の内部・外部・媒介機構は、変化をするものとする。

移動させる」という“運動”であったり、外部の要素である「物体」に“手が触れる”ことで「熱さ」という内部の要素が引き起こされるといったことが考えられる。今の例でもわかるように、「空腹」と「果実の運動」や「物体」と「熱さ」は「手に取る」であるとか「手で触る」という行為の「媒介」によって成立している。つまり、日常的な活動（相互作用）は「感覚器官や（意志に従って操作可能な）身体」の媒介による必要があるから、これを「媒介機構」と考えることができる。以上、図式化すれば、＜日常的主体：内部＝心，外部＝日常生活空間，媒介機構＝身体＞ということになる³。

2.4 アソシエーションとコミュニケーション

我々が日常的に使う「教育」という言葉を、“教育を受ける個人”の立場から出来る限り広い意味に捉えようと、外部からの様々な働きかけの結果として、あるいは、“自分”が外部で行った種々の活動の結果として、「記憶（知識）の増進」や「新たな身体操作の習得」が生じることといっても良いのではないか。このことを前節の「日常的主体」の文脈で言い換えれば、「日常的主体の内部と外部の相互作用の結果として、内部や媒介機構に変容が生じること」であるということができる。我々は、後者のイメージを次項で定義する「教育」の“核”と考えることにする。

さて、第2.2項で述べたように、我々は、デューイに従って、“ある特定の種類の相互作用”によって主体に変容が生じることを「教育」と呼びたいのだが、では、どのような種類の相互作用を考えれば良いのだろうか？ これについても、デューイの説くところを敷衍して「アソシエーション」と呼ぶ特別な人間の活動（相互作用）を採用することにする。ここで「アソシエーション（association）」とは、個人（主体）が、他の人間と“一緒”に行う活動の総称であって、個々には様々な形態をとり得るものである。なお、この「アソシエーション」は、人と人が“つながりあっている⁴”状況の最も一般的な形態を示している。

ここで「コミュニケーション」と呼ぶ活動（相互作用）についても、併せて考えておこう。「コミュニケーション（communication）」とは、個人（主体）が、他者と何がしかを“共有”〔つまり共通（common）に所有〕するために行っている活動の総称とする⁵。他人と何かを共有しようという活動は、当然ながら他人と“一緒”に行う活動であると見なすことにして、コミュニケーションはアソシエーションの特別な場合であると考えておく。

学校教育に例を取れば、「問題の解き方」を主題とする場合に、（1）教師が生徒の前でただ単に解いてみせる、あるいは、生徒同士が相談しながら説いていくのは、“（コミュニケーションと異なる）アソシエーション”の一種であり（2）教師が生徒の予備知識や能力

³もちろん、これは、非常に単純なモデル化であって、議論のレベルに応じ、より現実に近い構造化されたモデルを用いることが必要になることは当然である。

⁴“人と人がつながっている”様を表わすラテン語の socius が social の語源であり、association も society も、この同一語源から派生した言葉であるとされる。

⁵ communication, common, community 等々は、ラテン語の communis から派生した言葉だが、この communis は“人と人が何かを共に分かちもっている”といった語感の言葉であつたらしい。

等々を勘案し、段階を踏んで生徒自身の理解度を確認しながら解法を説明するのは、“コミュニケーション”のひとつである。

2.5 教育の定義と種別

最も標準的な「教育」のイメージは、大人が子どもに、自分たちのもっている知識や技能を“共有”させるものということができるだろう。そういう意味では、「教育」を「コミュニケーション」という活動を通じて主体（の内部や媒介機構）に変容を生じさせること」と定義することは自然なことである。

しかし、「教育」の概念を出来るだけ広く取るためには、相手が何かを共有させる（教える）つもりはないが、学び手が、協同作業を行うことで相手のもつ何がしかを身につけてしまうといった場合も含めておきたい。そういう意味で、「教育の定義」を「アソシエーション」という相互作用（活動）を通じて主体の内部や媒介機構に変容を生じさせること」とする。比喩は別として、「自然から学ぶ」ことは教育とは認めないという立場を採るということでもある。

なお、先に述べた「コミュニケーションによる」場合を「直接教育 (direct education)」, 直接教育以外の「教育」を「間接教育 (indirect education)」と呼ぶことにする⁶。

2.6 個人（ミクロ）と共同体（マクロ）

註4と註5を踏まえて、我々は、次のような言葉の使い分けを行いたい。もっとも緩やかな紐帯で結ばれた人間の集まりをソサエティ (society), その特殊形態で、一般に「文化 (culture)」と呼ばれる何がしかを共有している集団を共同体 (community) と呼ぶ⁷。

このとき、アソシエーション的な人間の活動はソサエティの構成に関係し、また、コミュニケーションの場合は共同体の構成に関係する。より具体的に言えば、そうした活動によって個々の人間をソサエティなり共同体の構成員となるよう“変容”させること、つまり「教育」を、ソサエティや共同体を構成・維持・変革するための最も基盤的な手段と見なすことができる。

言いかえれば、個々の人間というミクロの存在と、しかるべき構造を備えた人間集団というマクロなものとを関係づけるものとして、「教育」は機能していることになる。

⁶最も基本的な教育の種別として、直接・間接とは別に、教育の定義中のアソシエーションが主体が自身の変容を目的として行っているものであるか否かに応じた「能動的教育 (active education)」と「受動的教育 (passive education)」の区別を考えることができる。

⁷F. テンニスのなゲゼルシャフトとゲマインシャフトといった対立的な区別ではない。社会が共同体を包含する一般的な概念。

3 ソシュールの言語学

3.1 観点・対象・方法

ソシュールは、学問 (science) を、次のように二種類に区別する。一方は「あらかじめ与えられた対象の上で営まれ、いろいろな観点から考察することができる」ものであり、他方は、その対象があらかじめ与えられているわけではなく、対象を決定すること自体が研究の目標になり得るものである。ソシュールにとっての言語学⁸は、後者であった。実際、そのことを典型的に表しているのが、ソシュールが挙げる言語学の三つの任務 (tâche) の三番目が「言語学そのものを規定し、定義すること」となっていることであろう⁹。

このように、ソシュールが言語学を構想するに際して遭遇した困難の第一は、学問としての“対象 (object)”を規定することであった。もちろん、“言語”に関連する様々な事象群は存在している。しかし、その事象群は、あまりに多様で膨大に過ぎ、包括的かつ無矛盾な学問的取扱いを行うことが出来ないということである¹⁰。

それでは、ソシュールは、この困難にどのような立ち向かったのか。彼の採用した戦略は、「適切な“観点”を固定することで、事象群のなかから学問的手続きの“対象”となり得る領域を取り出し、その対象を考察するための“方法”を定める」というふうに纏めることができる。

3.2 ランゲージ・発話主体・ラングとパロール

ソシュールが、自身の言語学の枠組みを決めるために実際に行ったことを、我々の文脈に応じて¹¹、整理してみよう。

1. ランゲージ (langage)

ソシュールは、言語学の“対象”を、ランゲージと呼んだ。このランゲージは、言葉を操る人間の能力であり、あるいは、そうした能力を使用することであった¹²。

それでは、こうした“対象”に照明をあてる“観点”とは何になるのだろうか。ソシュールは明示していないが、我々の文脈で述べれば、「アソシエーション」と思うことが

⁸言語学 (linguistique) というより、「言語の学問 (science du langage)」と言った方が良いかもしれない。この言葉は、1996年に発見されたソシュールの遺稿を包んだ紙に書かれていた題名である。

⁹つまり、ソシュールにとっての言語学は、学問の目的に学問を定義することが入っているような“再帰的学問”であったといえよう。

¹⁰言語的事象群に就いていえば、我々の興味の対象は“数学的事象群”である。この“数学的事象群”についても、言語と同様なことが言えよう。実際、古今や洋の東西を問わず、もちろん、現在の日本社会においても、“数”の神秘的性格や形而上学的性質に関係する、あるいはその俗化した姿である数秘術といった類の「数学的事象」が存在している。こうした事象群と、学校教育で権威づけられ自然科学の基盤をなすとされる“数学的事象群”の両者を統合的に包含するような学問体系を構築することは、やはり困難なことであろう。

¹¹当然ながら、ソシュールの思想のひとつの解釈ということになる。

¹²ソシュールにとって、言語学の対象 (objet) はランゲージであったが、“素材 (matière)”は「人間のランゲージのあらゆる表明形態 (toutes les manifestations de langage humanin)」であった。

できる。実際、声音を例にとると、声音の抑揚は、辞書的な意味は担わなくても、人間の感情に訴える等々の影響をもつという点から言語学の対象になりうるが、声音の音波としての物理的性質はソシュールの考える言語学には含まれない。このように、ソシュールの言語学は、あくまで、人間と人間のつながりに関係する領域が対象であり、つまりは、“アソシエーション”の対象領域として把握することができる。

2. 発話主体 (sujet parlant)

ランゲージュは、それでも非常に複雑な対象であり、さらに秩序づける必要があるとして、ソシュールは、もうひとつの観点を導入する。それは、我々の文脈でいう「コミュニケーション」であった。

この「コミュニケーション」という観点から照明が当たる領域を明確にするため、ソシュールは、ひとつの新しい“方法”を用いる。それは、コミュニケーションという働きが最も明瞭に捉えられるよう単純化されたモデルの導入であり、このモデルを、ソシュールは、“発話主体”と呼んだ。

ソシュールの発話主体を我々の文脈で捉え直せば、この主体の内部はおおむね「概念化される以前の印象や衝動」からなる世界であり、そうした印象や衝動は、媒介機構を通じて“言語化”された声音として表出され、外部に伝達される（相互作用の一種）。したがって、外部は、同様な内部と媒介機構をもつと仮想される「別主体」からなる。内部と外部の相互作用には、先に述べたもの以外に、外部に属する別主体が発する言語化された声音を主体が“理解”するものもある。こうして、声音の交換という“相互作用”によって、主体は、外部の別主体と、互いの内部に属する印象や衝動を“共有”することになる。

3. ラング (langue) とパロール (parole)

発話主体についての検討を通じて、ソシュールは、我々のいう“媒介機構”の中核が、“記号系”と呼ばれるある種の構造を備えたシステムをなすことを発見し、それをラングと名付けた。ソシュールにとって、このラングこそが、言語学に秩序を与え、体系化するための第一の基盤である。なお、ソシュールは、ランゲージュの要素のうち、ラングと異なるものをパロールと総称する。

こうして、ソシュールは、コミュニケーションという観点から光をあてることで、ランゲージュという対象領域をラングという領域とパロールという領域に分割した。

3.3 観点系と学問の体系化

ソシュールの言語学の構成法は、「観点が対象と方法を決定する」というものであった。このテーゼは、何重にも用いられ、理論的には、“構造化された諸観点のなす系”、“対象

領域の部分領域からなる構造体 ”, “ 諸分科からなる学問としての体系 ” の三者に同型関係が成り立つことになる .

例えば, 前項で述べた対象領域の分割

$$\text{ランゲージ} \left\{ \begin{array}{l} \text{ラング} \\ \text{パロール} \end{array} \right.$$

には, 学問としての分科構成

$$\text{言語学} \left\{ \begin{array}{l} \text{内的言語学} = \text{ラングの言語学} \\ \text{外的言語学} = \text{パロールの言語学} \end{array} \right.$$

が対応することになる .

そして「時間の介入 (intervention du temps)」という観点の導入によって, ラングは「通時態と共時態」に区分され, 学問体系の方は「通時言語学と共時言語学」に分科され, 等々のように, 分岐と分科が進んでいくことになる .

4 教育数学の構想 — 言語学を参照枠として

4.1 参照枠としての言語学 — 二重の役割

我々は, 前節で取り上げたような (我々の解釈する) ソシユールの言語学を参照枠として, 教育数学を構想したい .

この“参照”の仕方には, 次のような二重の役割がある . 一つは「観点が対象領域と方法を決定する」(もしくは, その一般化である「観点系によって対象領域の構造体と学問体系を決定する」) という姿勢である . 他方は, 内容に踏み込んだもので, 教育数学の中核に位置させるべき「数学的事象群に対する学問」を, 「言語的事象群に対するソシユールの言語学」に相当するものとして構築することに関するものである .

後者を中心に, 説明を補足しておこう .

1. 教育言語学と言語学

まず, “教育という観点から言語を眺める” ことで得られる「教育言語学」というものを仮設してみよう . 第 2.5 項 で定義した“教育” は, 「アソシエーションを通じた主体の変容」であったから, 「教育」という観点は, 「アソシエーション」と「主体の変容」という二つの観点の“複合観点” とも呼ぶべきものになっている . したがって, ある事象群を「教育」という観点から対象化するとき, 「アソシエーション」とい

う観点に対応する対象領域としかるべき関係性をもつことになる。言語的事象群を「教育」という観点から対象化した領域に対する学問が仮設した「教育言語学」であり、同じ事象群を「アソシエーション」という観点から対象化した場合がソシュールの言語学という関係である¹³。

2. 数学 学の必要性

同様に、教育数学を考えるためには、数学的事象群を「アソシエーション」の観点から対象化した領域に対する学問が必要である。今、仮に、それを、言語学の類似として、「数学 学」と呼んでおこう。

言語学は、この 数学 学を構築するための直接的な参照枠となる。

4.2 教育数学の構築プログラム

最後に、教育数学を構築するための三種の主要な課題群を掲げておく。プログラムのには、この三種の課題群は、独立して順に解決されるべきものではなく、互いに関連付けあいながら“螺旋状”に進展させていくべきものであると考えている。

A. 言語学と 数学 学を包含する学的枠組の設定

言語学を教育数学の直接的な参照枠とするために、第4.1項で述べた 数学 学と言語学を分科として含む包括的な学的枠組を定めること。

そのために我々が求める第一のものは、人間の営みの総体から言語的事象群と数学的事象群を含む領域を区画するような“統合的観点”であり、次に必要なものは、その統合領域のなかで、言語的なものと数学的なものを区画しうる“部分観点”である。具体的な例を挙げてみよう。教育を概括して、俗に「読み書き算盤」ということがある¹⁴。「読み書き」が言語、「算盤」が数学に相応している。両者が「読み書き算盤」と一括りにされるためには、基礎的な教育における何らかの同種性が認められることが必要と思われるが、この同種性を担保するのが、我々の求める“統合的観点”である。しかし、「読み書き」と「算盤」では、その果たす機能において、はっきりした差異があるのではないだろうか。我々の求める“部分観点”は、この“読み書き”と“算盤”の差異を説明しうるようなものでなければならない。

なお、この課題に関する現時点での見解として、言語学と 数学 学を統合し得る観点には、言語および記号学者のルイ・プリエートが[4]で提案している“instrument¹⁵”

¹³言語的事象群から導出される“学問体系”は、ソシュールの言語学に限るわけではない。例えば、アリストテレスの学問体系において、ギリシア人の話す言葉を素材にし、「真偽」という観点から対象化された領域に関する学問がロジケー（論理学）である。なお、ソシュールとの対比では、ロジケーがラングに対応し、レトリケーがパロールの領域に関係する分科を構成していると思うことができる。

¹⁴現在の初等教育の場の問題としては、「算盤」を「電卓」などに読み替えることもできるだろう。

¹⁵日本語で“操具”と訳すことを考えている。

が相応しいのではないかと考えている。

B. 数学 学の構築と展開

数学 学を，ソシュールの言語学を参照枠としながら，構築すること。

そのために第一に必要なことは，数学における“言語のラング”に相当するものを決定することである。

この課題に取り組むためには，ソシュールの“発話主体 (sujet parlant, speaking subject)”に対応する“reckoning subject¹⁶”とでも称すべきものを考察の基盤として採用すべきであろうと考えている。

C. 「教育」の観点系の数学的事象群への適用

「教育」に関係する種々の観点の採用し，そうした観点系を数学的事象群へ適用すること。この適用の結果として得られる構造化された対象領域と対応する学問体系こそ，我々の求める“教育数学”に他ならない。

「教育」の観点が“数学”に対して役立つと期待される例を，ひとつ挙げておこう。一般に“数学”と称されている人間の学的営みは，源流に遡っていけば，大きく，エウクレイデスの原論に代表されるようなギリシア系の“数学”と，九章算術を典型とするような“数学”の二類型にいきつく（文献 [2]）。この「原論型」と「算術型」という区分を明瞭に理解するためには，教育的な観点が必要であろうと思われる。

なお，こうして構成された「教育数学」の現実の数学教育への有効性は，第一に，観点の選択の適切に係るであろうことを付言しておく¹⁷。

参考文献

- [1] Dewey, J.: *Democracy and Education: An Introduction to the Philosophy of Education*, The Macmillan Company (1916).
[日本語訳] デューイ 『民主主義と教育 (上・下)』(松野安男 訳) 岩波書店 (1975).
- [2] 蟹江幸博, 佐波学 『教育数学序説 – 古代における教育と数学の類型 – 』 三重大学教育学部紀要, 第 61 巻, 教育科学, (2010), 187 - 218.

¹⁶reckon は，古代ゴート語で“数える，計算する”を意味する rahnjan から派生した言葉とされるが，“説明する，順をおって述べる，評価する，判断する”等々の派生的な意味でも用いられるようになった。つまり，reckon と rahnjan の関係は，reason とラテン語の ratio と並行的であるが，reason が「数える，計算する」の意を失ったのに対し，reckon の方はまだそうした意味を保持していることになる。

¹⁷言語の場合の例であるが，ソシュールの外的言語学に“langue litteraire”という概念が登場する。この“langue litteraire”は，ある種の人工性と規範性を帯びたものであるが，こうした概念は教育的な観点から把握することでその意義がより明瞭になると思われる。なお，この“langue litteraire”の数学的類似物は，数学の教育において重要な役割を占めることが期待される。

- [3] 蟹江幸博, 佐波学 『言語学から教育数学を構想する』, 数理解析研究所講究録 (掲載予定).
- [4] Prieto, L, J. : *Pertinence et Pratique*, Minuit (1975).
[日本語訳] L. プリエート : 『実践の記号学』(丸山・加賀野井 訳), 岩波書店, (1984).
- [5] Saussure, F.: *Cours de linguistique générale*, (edition critique preparee par Mauro, T.D.), Paris : Payot (1972).
[日本語訳] デ・マウロ 『「ソシュール一般言語学講義」校注』(山内貴美夫 訳), 而立書房, (1976).