

# 臨床数学教育を夢見て

—黒木哲徳氏退職記念数学教育シンポジウムにて—

蟹江幸博

黒木氏は数学教育において、僕にとって頼りがいのある先達であり、行政も込めた大いなる実践家として足元にも及ばない人物である。その彼の退職記念シンポジウムに出席するこの際に、僕自身の数学教育との関りについて振り返ってみることにしたい。多くのことを彼に学んだが、臨床数学教育というのはそうでない。ちょっとした偶然の切っ掛けで生まれたもので、その誕生には彼の影響はない。もしかするとそういうものとしては唯一のものかもしれない。

臨床数学教育という言葉が発想したのは、2000年頃のことだった。岐阜の教育学部のカリキュラム開発研究センターでのことだった。なぜか黒木氏がいなかったことを覚えている。当時、臨床心理学が教育学部でも重視されるようになって、ある大学で臨床教育コースが設置され、それを謳い文句にしたというパンフレットを中馬氏に見せてもらっていたときのことだった。

すでに何年か、黒木、中馬の両氏との三人をコアとして、TOSM( Teaching of School Mathematics) という形の活動をしていた。教育学部の実態についても学習してきて、実効性のある教師教育のあり方を模索していたときでもあり、特に、実態をとまなわない教育論議にあきあきしかけていたときでもあった。

パンフレットの中の臨床教育で問題にしているのは不登校児童・生徒を学校に復帰させることであるようだった。病後の患者が社会復帰するためのさまざまなリハビリテーションの作業と精神を教育に持ち込もうというアイデアだったように思われる。

すでに長い間、理科離れや数学・算数離れが叫ばれており、有効な対策が取られないでいた。我々が目の前にする大学生すらすでにそのような状態が日常的になっており、いわば日本中の通常の学校教育の中でさえリハビリが必要ではないのかという話の流れになった。そのとき、病院で行うような実効ある、リハビリをどう教育現場で行うのかが問題となる。

パンフレットではそのような児童・生徒を一室に集め、積み木やら折り紙やら手作業をさせるということを主な取り組みとしてあげていた。僕がその時思ったのは、学校でのリハビリなら、教育現場に即したりハビリの有り様

があるだろうし、あるべきだろうということであった。さらには、日常的にリハビリが必要であるとすれば、それに即した素材や、児童・生徒への対し方があるべきだろうということであった。

一旦不登校になった場合には、算数・数学での遅れの意識が学校に復帰する際の大きな障害になることが、大いに考えられる。さらには数学離れがそもそも、不登校の原因の1つにも数えられる状況にあった。

だからこそ、逆に算数・数学にこそ臨床教育で求められるべき実践例が豊富にある必要があるような気がしたのである。TOSMを作る前から、大学の教養課程で文科系の数学の講義を担当したり、小学校教員養成課程での最小限の数学的知識を伝える講義をして来て、それなりに考えたり工夫してきたことがあった。それらの中に臨床数学教育と呼ぶべき内容を持つものや、少なくともその萌芽のようなものがあるような感じがしたのである。まずやると決めねば、何も始まらない。そこで、ともかく「臨床数学教育」をやるのだと、中馬氏に宣言したのである。僕個人としての数学教育のテーマを見つけられたかもしれないという思いがあった。もちろん、数学教育のベテランである中馬氏からは、素人が何を言っているのだろうかというような、冷やかな眼差ししか返ってこなかったが。

それ以降は、意識的に臨床数学教育的内容に適した教材を開発したり、そうできるような取り扱い方を考えるようになった。

それ以前にもないわけではなかったが、直接に関係する学校以外の不特定多数の児童・生徒また教師を聴衆とするとする講演や講義の機会も増えてきた。聴衆との間に、事前に関係性を持ってない場所で話をすることは、僕はとても苦手であった。

何にも最初というものはあり、中馬氏からの要請でこれも岐阜大学の上述のセンターをステーションにした、岐阜県内3ヶ所の高校とをエルネットという、遠隔授業のシステムを使つての講義を、黒木氏と二人ですることになった。であった。

これは我ながら散々であった。僕には相手の反応を見ながら講義をする癖が付いていたが、それができない。衛星回線を通じたネットだったが、数秒のタイムラグがあることは避けられない。そのタイムラグの存在を知識としては知っていたはずだったが、実際に経験するとそれは破滅的な効果を発揮する。そのとき、黒木氏の講義もあったが、極めて優れたものであった。実は、黒木氏の講義の始まりが非常にゆったりしたもので、これでどこまで連れていくつもりかとむしろ不安に思ったものである。そのゆったりした始まりが、聴衆の心を掴むために必要な導入部であることに気がついたのは、始まって間もないときのことであった。少しでも心を掴んでからなら、比較的難しい話も聞いてくれる。その呼吸を、そこで学んだのである。

講義の後で自然と反省会になり、さかんに感心したと黒木氏に言ったら、彼は含羞むように「俺も最初は失敗したんだ」と失敗談を話してくれた。彼

も卒業生の高校の教師の依頼で出前授業に行ったことがあり、散々な目に会ったという。僕のそのときの講義もそうだったが、彼もその時それなりにかなり準備して、ある程度は受け入れられる自信もあったという。最初の掴みに失敗して、失敗に気づいたときに、いくら頑張ってもそれを取り返す努力をしても、すればするほど泥沼に入って、その時間は終わってしまったという経験したのだという。焦ることが却って聴衆を引かせることになることは、やはり慣れないと分からない呼吸というものだろう。

その後、SSP で高校への出前授業を3年間行ったり、その他数学会からの出前授業や、「その道の達人派遣事業」などで、高校だけでなく中学校や小学校にも授業に出かける機会が増えてきた。個別に学校から依頼されこともある。

以下では、それらを通して、現段階でそれなりに形になってきたものを、文献の説明をしながら例示することにしよう。

後置した文献表は、取り敢えず数学教育に関して何らかの形にして残っているもののリストである。[33] は臨床数学教育を目指すというスタンスを見極める作業を始めるという決意表明でもあった。それ以降のいくつかは、臨床数学教育の役に立ちそうな教材の模索である。

## 1 臨床数学教育以前

文献のほとんどが TOSM 活動と何らかの関係があるが、そうでない、つまり黒木氏とは直接関係のないものも少なくない。それらについて簡単にふれておく。

[1], [3], [13] は一連のものである。[1] は、教育学部に所属してそれなりの時間が経ち、自然発生的に教育の問題を考えるようになった、まだ20代のころに書いたものである。まったく出版する手だてもなく長年放ってあったのだが、奥招氏の勧めで、共著の論文 [3] の一部に、論文のテーマに関した部分だけを [1] から抜き出して収録した。その後、残りの未発表の部分で、まとまった部分を [13] として発表した。

[2], [5], [11], [16], [17], [18], [20], [24], [25], [27], [29] は、TOSM とは別の活動である。1991 年から名古屋大学を中心として開催された、日本数学コンクールに協力したことを切っ掛けに、三重県の高校生を対象とした夏の学校で連年講演したものの記録が中心となっている。高校教師向けの講演の記録も入っている。内容的には、高校数学+ であって、の部分にどれだけの数学を入れ込むかが異なってくるだけのもので、大まかには大学での講義をアレンジしたもので済むので、大学教師にとっては比較的対処することが容易である。

TOSM の研究面の活動は、それ以前にぼくが自分の学生を対象に行った調査 [8], [15] の対象を、教師を対象に広げ分析したものが主なもので、[10]、

[12]、[21]、[22]、[23] はそれらをまとめたものである。

TOSM 活動としては、算数・数学（教育）質問箱をぼくのホームページ上に開設し、最初のうちは質問の内容も現場の必要性を反省したようなものでそれなりに有用だったと思うのだが、次第に細々となり、現在に至っている。開設の告知（[4]、[6]）をし、質問や回答をまとめたものが [19] だが、それはまたこれも最初期の活動の主要なものとして行っていた TOSM シンポジウムの第二回の資料の中で行った。このシンポジウムは福井、岐阜、三重三県下の教師の方々の参集を得て、しばらくは年に 1 回行ったが、文部省の教師に対する管理負担増加の方針によって、次第に実現が難しいものになり、現在は休止している。

1998 年度には、数学セミナーに一年間の連載をした（[28]）。三人が数学教育に対して考えていることを、立ち話をするという体裁で示したものである。大学教育から見て、高校数学のカリキュラムの在り方を黒木氏と論じたものが [26] であり、数学者がそれにどう関わるかを岡本氏と論じたものが [30] である。

## 2 具体的な教材 1 数の計算

臨床数学教育を意識する前から、それなりに考えていたことがあり、特に数学者としてどう関わるべきかということを考え始めたのが、[9] であり、その試みが [14] や [27] である。

臨床数学教育を論文として宣言した [33] と同じ号に掲載した [34] と [35] は、それまで扱ってきた教材の中から臨床数学教育を意識した教材として利用可能なものを挙げたものである。

それ以降は、このテーマは急速に力学グラフに収束していく。離散集合の自分自身への写像の同値類と同等の同値関係を力学グラフに入れた分類は当然に複雑なものであって、頂点数が 10 以下の分類を行った [41] は教育の論文の範囲を超えている。同様な題名の [40] は、頂点数が 10 以下の力学グラフでもかなり複雑なものを構成できることに気がつき、教育の枠内で利用できないかという提案でもあった。週休二日制の完全実施に伴い、指導要領の内容が大幅に削減された時期でもあった。 $\pi = 3$  とか小学校では二桁の演算しかないなど、算数・数学とは本質的相容れないものであったが、数学はそれ自体豊かなものであり、1 桁の数の計算でさえこれくらい複雑なものができ、文部省による教科内容の非合理的な圧縮に対抗できるものを手作業で作ることができるというメッセージを込めたものであった。

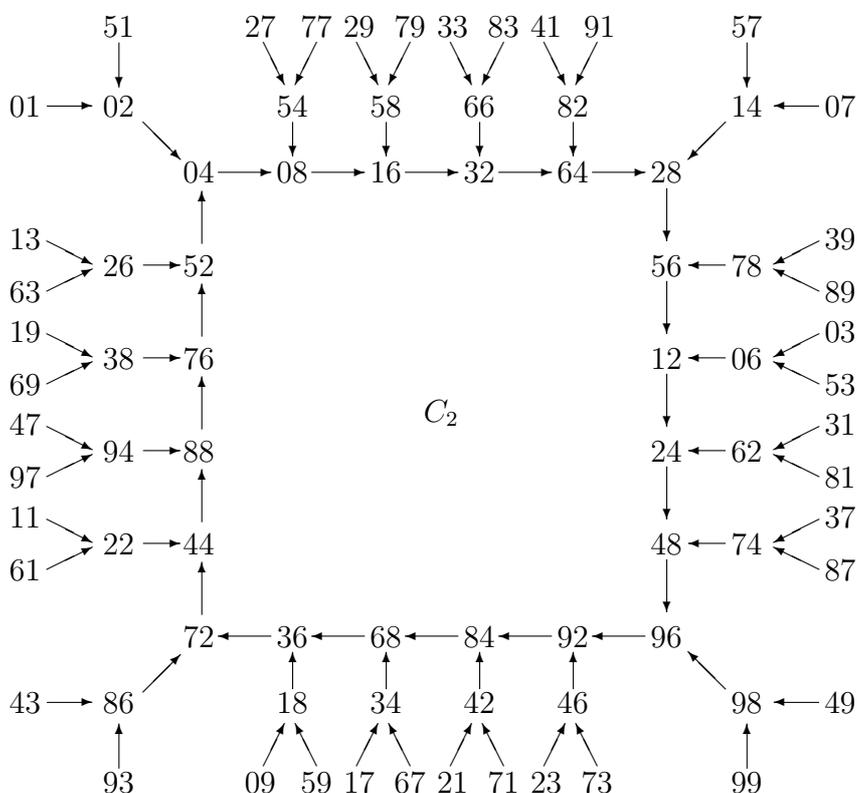
大学の文科系の数学の時間で、何度か力学グラフを扱って、それなりの手応えは感じていたが、実際に初等教育に力学グラフを導入するのはまた別のことであり、その観点から述べたのが [42] である。導入の試みとして時計グ

ラフを利用した授業を、実際に三重大学附属中学校でしたこともある。その一端は [39] に紹介してある。

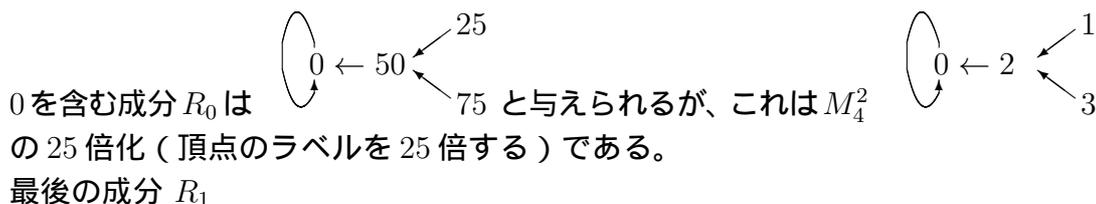
一般の力学グラフは少し抽象的に過ぎるかも知れない。対応する写像を多項式に制限した初等力学グラフが適当な範囲に思えるかも知れないが、被約約数と [38] や反転差 [38] も面白い。力学グラフ理論の解説 [37] を書き始めてはいるが、使える時間も限られており、関心が広がってて完成する目処がたない。現在の所、力学グラフの一般的入門としては [39] しかない。

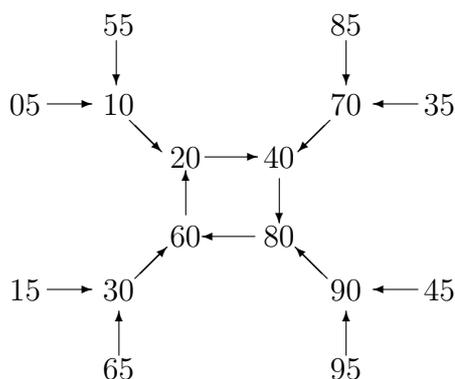
代表的なものとして、頂点数 100、つまり、0 から 99 のラベルを持つ頂点に対し、2 を掛けて 100 を法とする計算に対応する力学グラフ  $M_{100}^2$  を挙げておく。図を見ていると、グラフの意味は分かるであろう。

連結成分は  $R_0, R_1, R_2$  の 3 つである。  $R_2$  は



である。  $R_2$  は最大の成分で、頂点数は 80、リミットサイクル  $C_2$  の周期は 20 である。





は、 $R_1(M_{50}^2)$  の 2 倍化が生成する成分になっている。 $M_{50}^2$  の連結成分は 2 つであり、 $R_1(M_{50}^2)$  は 0 を含まない方の成分である。

このグラフを作って、この形に整形して、初めて力学グラフの教材としての可能性を実感したのである。

### 3 具体的な教材 2 平面図形

[1], [3], [13] は臨床数学教育を意識する前のものであるが、内容としては臨床数学教育用に扱うことができるものである。

古来、さまざまな意匠の装飾が、着衣の織物や染め物、壺などの器物、建築物の壁や長押などに残っている。それらは二本の平行線の間領域や平面全体を埋め尽くすものであることが多く、その基本領域の形には単純には思いつけそうもないものがある。

元は、多角形や多面体の対称性から発想したものだが、基本領域の形として、三角定規を組合せて出来る形を考えることによって、内部対称性ばかりでなく外部対称性にも気づかせることを目指せば、色々な水準の面白い教材が作れるのではないかと考えている。

### 4 具体的な教材 3 立体図形

最初の講演の失敗によって、掴みの重要性が身に沁みだが、その候補として、立方体の組みモデルを使ったのが始まりである。高等学校ばかりでなく、中学校や小学校での講演が増えてくるにつれ、まさにこの掴みの部分を拡張発展させる必要に迫られた。

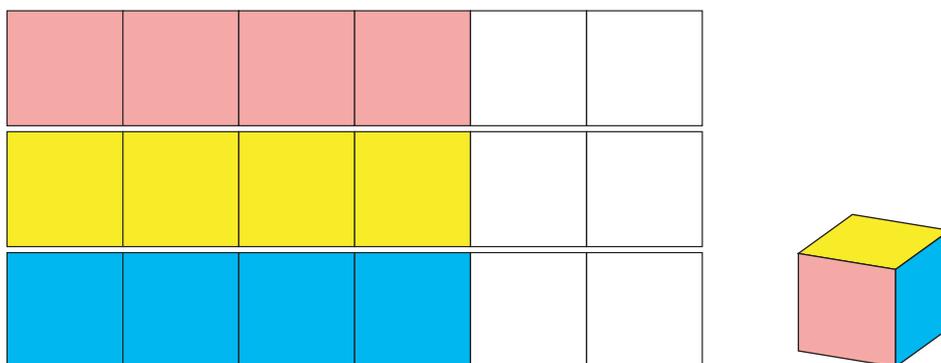
当時、四年生から大学院生として指導していた野波慶矩君に、種々な多面体に対して「編み上げ多面体」や「多面体の組みモデル」の台紙を網羅的に作って貰った。彼の修士論文 [43] には、正多面体 5 種、準正多面体 13 種、準正多面体の双対多面体 13 種、正多角柱 2 種、ジョンソンの立体のうち 45 種、星型正多面体 4 種、星型準正多面体 8 種、ダ・ヴィンチの星 5 種、複合多面

体7種の台紙がある。さらに、教育的な見地から、立方体を平面で切り取った立体や、その他思いつく多面体の台紙がある。修士論文発表会での指摘によって、種数1と2の曲面（トーラスと2つ穴のトーラス）の台紙も作られている。

小学生相手に実践を重ねて行く過程で、多面体を組み上げるときに役に立つ補助的な多面体を作るとか、サイズを調整するなどの工夫をしている。実践だけの積み重ねなので、文献の形で残っているのは[44]と[45]があるだけである。

これらの作品や作り方に対し、紙の帯を編んで行くという意味をこめて、組み紐の類似的に「編み紙」と命名した。近い将来、教育実践的な枠組みでの著作物を刊行したいと思っている。また、多くの台紙もまた公表したいと思っている。

ここで、最も基本的な立方体の編み紙を挙げておく。

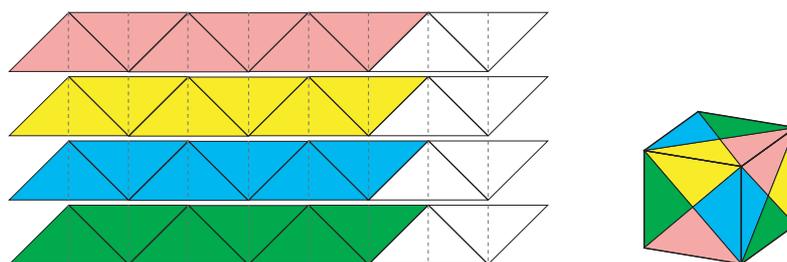


作り方は実線をすべて山折りにする。面の角度は常に $90^\circ$ とする。白い面を隠すようにすると、三つのリングが出来る。どのリングに対しても他のリングの一方を内側に、他方を外側にするように組み上げることができて、立方体が出来る。当然できあがりでは、すべての頂点に三色の異なる色の面が来るようにするのである。

白い部分は隠されるのだが、この部分があることにより、摩擦の力で多面体は予想もしないほどの強度を持つ。糊は一切使わない。糊を使わないため、いつでも解体が可能である。組み上げる作業と解体する作業の両方によって、多面体としての構造がより深く理解できる。

数学的な構造も秘められている。この三本の帯は、というかそれで作られるリングは、立方体の合同変換群を生成元とその関係式で表わす1つの方法での3つの生成元に対応している。対面の中心を通る直線に関する $90^\circ$ 回転により、1つの面が次の面に移る。

またこの群には、4つの生成元で表わす方法もあり、それは対角線の周りの $120^\circ$ 回転に対応している。それを反映した編み紙の台紙もある。それが以下のものである。



また、面对称を反映した台紙もあるが、それは強度に欠けるので省略する。

さて、臨床数学教育的教材の取扱いの1つの重要な特徴は、小さいがしっかりした達成感の積み重ねというものがある。力学グラフにも編み紙にも、そして三角定規の組み上げにも、それらの達成感を積み上げて行くルートを、児童・生徒の状況に合わせて、何通りにも設定できるという強みがある。これからは、それらに磨きを掛け、また別種の教材の開発もして行きたいと思っている。

## 参考文献

- [1] 蟹江幸博 『幾何的直観と対称性』プレプリント, 83 ページ
- [2] 蟹江幸博 『数について』、三重県高校数学研究会誌 36 号 (1992),3-41. 日本数学教育学会誌に 74 巻 8 号 (1992) から“「美杉セミナー’91」に関する著述について”として分割転載. On Numbers(Misugi Seminar '91), Journal of High School Mathematics in Mie Prefecture, 36(1992),3-41.
- [3] 奥招, 蟹江幸博 『児童・生徒の直観的能力に関する研究 (I) -直観的能力は指導によって向上するか、その可能性について-』三重大学教育学部研究紀要、第 44 巻、教育科学、(1992),17-49; と共著. A Study on the Intuitional Ability I, Bull.of the Fac. of Education, Mie University(Educational Science),44(1992),17-49 with S.Oku.
- [4] 蟹江幸博 『TOSM ポスト開設-算数・数学教育に関する相談 -のお知らせ』日本数学教育学会誌 NewsLetter,75 巻 3 号 (1993),p.4(as TOSM group).
- [5] 蟹江幸博 『TOSM ポスト-数学と算数・数学教育との接点を求めて』三重県高校数学研究会誌 37 号 (1993),2-44.
- [6] 蟹江幸博 『第 2 回 TOSM ポスト開設のお知らせ』日本数学教育学会誌 NewsLetter, 数学教育 47-4,75 巻 7 号 (1993),p.5(as TOSM group).
- [7] 蟹江幸博 『第 1 回 TOSM シンポジウム 福井’93』配布資料 (1993-8-8), 40 ページ.

- [8] 蟹江幸博 『数学的知識の欠如に関する自己認識の調査 I』 三重大学教育学部研究紀要、第 45 巻、教育科学、(1994),1-13. Research on the Role of Self-Recognition in Deficiency of Mathematical Knowledge and Concepts I, Bull.of the Fac. of Education, Mie University(Educational Science),45(1994),1-13.
- [9] 蟹江幸博 『数学教育における数学者の役割 - 試み - 』三重大学教育学部研究紀要、第 45 巻、教育科学、(1994),15-30. Roles of Mathematicians in Education of Mathematics, Bull.of the Fac. of Education, Mie University(Educational Science), 45(1994),15-30.
- [10] 蟹江幸博、黒木哲徳、中馬悟朗 『数学教育における教師の授業観と意識に関する調査研究』岐阜大学教育学部研究報告(自然科学)、第 18-2 巻(1994),75-97. Research for Teacher's Cognition on Education of Mathematics, Bull. of the Fac. of Education, Gifu University(Natural Science), 18-2(1994),75-97.
- [11] 蟹江幸博 『数学を語るのか、数学で語るのか - 行列から見た複素数(美杉セミナー'93) - 』、三重県高校数学研究会誌 38 号(1994),2-39. To Talk Mathematics or to Talk with Mathematics - Complex Numbers from the viewpoints of Matrices (Misugi Seminar '93), Journal of High School Mathematics in Mie Prefecture, 38(1994),2-39.
- [12] 蟹江幸博、黒木哲徳、中馬悟朗 『教師教育への提言 - 数学教育に関する教師へのアンケート調査の分析・検討 - 』、教育工学関連学協会連合・第 4 回全国大会、岐阜大学、1994/Oct.8-10, pp.313-314, A Proposal to Teacher Education - Analysis on Research to Teachers on Education of Mathematics.
- [13] 蟹江幸博 『三角定規の組み合わせ図形の考察』三重大学教育学部紀要、第 46 巻、教育科学(1995), 15-39. A Study of Combination Figures of Triangles, Bull.of the Fac. of Education, Mie University (Educational Science), 46(1995),15-39.
- [14] 蟹江幸博 『算数綴り方教室の試み』三重大学教育学部紀要、第 46 巻、教育科学(1995),41-49. An Attempt to Self-Education by Writing in Mathematical Teaching, Bull.of the Fac. of Education, Mie University(Educational Science), 46(1995),41-49.
- [15] 蟹江幸博 『数学的知識の欠如に関する自己認識の調査 II』三重大学教育実践研究指導センター紀要 15(1995,Mar),49-57. Research on the Role

of Self-Recognition in Deficiency of Mathematical Knowledge and Concepts II, Bull.of the Center for Educational Research and Practice, Mie University, 15(1995),49-57.

- [16] 蟹江幸博 『数学の危機なのか、数学教育の危機なのか - (美杉セミナー'94) - 』 数学研究会誌 39 号 , 三重県高等学校数学教育研究会 (1995),10-61. Crisis of Mathematics? or Crisis of Education of Mathematics(Misugi Seminar '94), Journal of High School Mathematics in Mie Prefecture, 39(1995),10-61.
- [17] 蟹江幸博 『美杉セミナーについて - 特に'94 と'95 のまとめ - 』 「数学を楽しむ高校生のためのセミナー」 (94 年度、95 年度) のまとめ , 三重県高等学校数学教育研究会 (1996),8-33. On Misugi Seminar-Resumé for '94 and '95, Memoires of High School Mathematics in Mie Prefecture, (1996),8-33.
- [18] 蟹江幸博 『複素数を巡って (美杉セミナー'95) 』 '96 年度数学研究会誌 40 号、三重県高等学校数学教育研究会 (1996),2-55. Around Complex Numbers(Misugi Seminar '95), Journal of High School Mathematics in Mie Prefecture, 40(1996),2-55.
- [19] 蟹江幸博 『TOSM ポスト報告、第 2 回 TOSM シンポジウム資料 (1996 年 8 月), 67 ページ . Report on TOSM post.
- [20] 蟹江幸博 『高校生を数学に取り戻す』 三重県総合教育センター・講演資料 (1996.10.4), 30 ページ . Renaissance of Mathematics in High School Students.
- [21] 蟹江幸博、黒木哲徳 , 中馬悟朗 『数学的概念に対する教師と学生の自己認識について、日本教育工学会・第 12 回全国大会、金沢大学、1996/Nov.3-4, p.165-166. Self-recognition for Mathematical Teaching Concepts.
- [22] 蟹江幸博、黒木哲徳 , 中馬悟朗 『数学的基礎概念の自己認識に関する調査研究』 岐阜大学教育学部研究報告 (自然科学), 21-2(1997),1-11. Reaserches for Teacher's Self-Recognition for the Fundamental Mathematical Teaching Concepts, Bull. of the Fac. of Education, Gifu University(Natural Science), 21-2(1997),1-11.
- [23] 蟹江幸博、丸林哲也 『教師における数学的基礎概念の自己認識の在り方について - 三重県の場合 - 』 三重大学教育実践センター紀要 17(1997,Mar.),41-51 . On Self-consciousness of Fundamental Concepts of Mathematics in Math -Teachers - the Case of Mie Prefecture - ,

- Bull. of the Center for Educational Research and Practice, Mie Univ., 17(1997,Mar.),41-51 . With Marubayashi.
- [24] 蟹江幸博『初等・中等教育に数学を取り戻す』'97年度数学研究会誌 41号、三重県高等学校数学教育研究会(1997),2-37. Renaissance of Mathematics in Elementary Education, Journal of High School Mathematics in Mie Prefecture, 41(1997),2-37.
- [25] 蟹江幸博『ニュートン以前—美杉セミナー'96—』第6回('96年度)「数学を楽しむ高校生のためのセミナー」三重県高等学校数学教育研究会(1997),16-49. Before Newton (Misugi Seminar'96), Memoires of High School Mathematics in Mie Prefecture(1997),16-49.
- [26] 蟹江幸博, 黒木哲徳『大学教育を見通した高校数学教育の問題点—数学離れと高校数学カリキュラム—』三重大学教育実践センター紀要 18(1997),69-79 . On the HighSchool Mathematics in view of University Education —Estrangement of Students from Mathematics and High-School Mathematics Curriculum—, Bull. of the Center for Educational Research and Practice, Mie Univ., 18(1997),69-79, With T.Kurogi.
- [27] 蟹江幸博『数学教育のできることは?、'98年度数学研究会誌 42号、三重県高等学校数学教育研究会(1998), 2-59. What Mathematics Education can do?, Journal of High School Mathematics in Mie Prefecture, 42(1998), 2-59.
- [28] 蟹江幸博、黒木哲徳, 中馬悟朗『インターネットの立ち話』数学セミナー 4月号(1998)–3月号(1999).
- [29] 蟹江幸博『有理数と無理数のはざま—連分数について—美杉セミナー'97』第7回('97年度)「数学を楽しむ高校生のためのセミナー」三重県高等学校数学教育研究会(1998), 10-34. Continued Fractions: Between Rationals and Irrationals(Misugi Seminar'97), Memoires of High School Mathematics in Mie Prefecture(1998), 10-34.
- [30] 蟹江幸博, 岡本和夫『数学教育TF—高校数学と大学数学の接点』三重大学教育学部紀要、第49巻、教育科学(1998), 97-113 . Mathematics Education TF – A Junction of Highschool Mathematics and University Mathematics, Bull.of the Fac. of Education, Mie University(Educational Science), 49(1998), 97-113.
- [31] 蟹江幸博『数学教育の危機とは何か, 神奈川県高等学校教科研究会数学部会 50周年記念誌 46号(1999年), p.135.

- [32] 蟹江幸博 『学習指導要領の改訂』神奈川県高等学校教科研究会数学部会通信 47 号 (2000 年)
- [33] 蟹江幸博 『臨床数学教育を目指して』三重大学教育学部紀要、第 52 巻、教育科学 (2001), 101-105.
- [34] 蟹江幸博 『数の構造ゲーム I — 数学嫌いの癒しに向けて —』三重大学教育学部紀要、第 52 巻、教育科学 (2001), 107-118.
- [35] 蟹江幸博 『力学グラフと戦略ゲーム — 臨床数学教育における教材の役割』三重大学教育学部紀要、第 53 巻、教育科学 (2002), 73-83.
- [36] Yuhhiro Kanie, *Games of Number Structures II (Reversed Difference)*, 三重大学教育学部紀要、第 53 巻、自然科学 (2002), p.7-26.
- [37] 蟹江幸博 『力学グラフ: グラフ的算数入門のための数学的理論』 (*A Mathematical Theory of Graphical Illustration to Arithmetics*), in prep.
- [38] 蟹江幸博 『数の構造ゲーム II (反転差)』三重大学教育学部紀要、第 53 巻、自然科学 (2002). *Games of Number Structures II (Reversed Difference)*, Bull.of the Fac. of Education, Mie University(Natural Science), 53(2002), p.7-26.
- [39] 蟹江幸博 『臨床数学教育のすすめ』数学セミナー増刊『数学の教育を作ろう』日本評論社 (2002.10.30), pp.147-163. Recommendation to Clinical Mathematical Education.
- [40] 蟹江幸博 『10 個の数で作る力学グラフ — 日本数学協会の発足に際して —, 数学文化, 創刊準備号, 日本数学協会, vol.0, no. 1(2002.12), p.75-94. Dynamical Graphs on ten Verteces.
- [41] 蟹江幸博 『Classification of Dynamical Graphs with Vertex Number  $\leq 10$ 』 Bull.of the Fac. of Education, Mie University(Natural Science), 55(2004), 9-43.
- [42] 蟹江幸博 『力学グラフとその教育的応用, 数学部会誌, 第 45 巻, 愛媛県高等学校教育研究会数学部会 (2004), p.2-11.
- [43] 野波 慶矩 『立体認識における構造模型の有効性 ~ 編み上げ多面体と多面体の組みモデル ~』2007 年 2 月、三重大学教育学部大学院、修士論文。
- [44] 蟹江幸博 『モノの形はどうして作る』2007 年 5 月、リスーピア講演資料、4 ページ。
- [45] 蟹江幸博 『多面体を編む』特集/遊びや生活から数学名人へ, 数学教育, 2008 年 1 月号, No.602, 明治図書, pp.64-69.
- [46] 蟹江幸博 『Structures of Elementary Dynamical Graphs』, Bull.of the Fac. of Education, Mie University(Natural Science), 59(2008), 1-23.